Standortabhängige Erdbebenantwortspektren für Konstanzer Seeton

H. Werkle, M. Kornmayer, U. Berner

Zusammenfassung Weiche Bodenschichten über einem steifen Grundgebirge, wie sie bei den für das Bodenseegebiet charakteristischen Seetonen über einer Grundmoräne vorliegen, beeinflussen die Erdbebenanregung von Bauwerken. Der Beitrag untersucht den Einfluss einer weichen Bodenschicht auf die Form des Beschleunigungsantwortspektrums anhand von für Konstanzer Seeton typischen Bodenprofilen auf der Grundlage der Erdbebenkennwerte nach EC8. Maßgeblich für die Form des Antwortspektrums sind die Scherwellengeschwindigkeit, Dämpfung und Höhe der Bodenschicht sowie der Impedanzsprung zwischen Schicht und Grundgebirge. Die Beschleunigungsantwortspektren lassen sich in vereinfachter Form durch wenige Kennwerte verallgemeinert darstellen. Darüber hinaus lässt sich zeigen, dass der Impedanzsprung eine ähnliche Wirkung wie die innere Bodendämpfung der Bodenschicht hat. Darauf aufbauend wird ein Näherungsverfahren angegeben, das es ermöglicht, Antwortspektren für ähnliche Bodenverhältnisse mit einem beliebigen Impedanzsprung zu ermitteln. Der Anwendungsbereich der angegebenen Antwortspektren wird dadurch deutlich erweitert.

Site Dependent Earthquake Response Spectra for Clay Deposits of the Lake Constance Area

Abstract Soft soil layers over a stiff bedrock significantly influence the earthquake excitation of buildings. The paper investigates the influence of a soft soil layer on the earthquake acceleration response spectra for soil profiles typical of the clay deposits in the Lake Constance area. The earthquake excitation is assumed according to EC8. The most important parameters influencing the shape of an acceleration response spectrum are the shear wave velocity, damping and height of the soil layer as well as the impedance contrast between the layer and the underlying bedrock. The acceleration response spectra can be described in a simplified way by a few characteristic parameters. In addition it can be shown that the impedance contrast has an effect similar to the material damping of the soil layer. Based on this observation, an approximate method is given which allows the determination of acceleration response spectra for similar soil conditions but with a different impedance contrast. In this way, the range of applicability of the response spectra presented is extended considerably.

Prof. Dr.-Ing. Horst Werkle

Hochschule Technik, Wirtschaft und Gestaltung Brauneggerstr. 55, 78462 Konstanz werkle@htwg-konstanz.de **Manuel Kornmayer, M.Eng.** Mohnkel I Höss Bauingenieure Basler Straße 115, 79115 Freiburg m.kornmayer@mh-bauingenieure.de **Dr.-Ing. Ulrich Berner** Kempfert + Partner GmbH Max-Stromeyer-Straße 116, 78467 Konstanz berner@kup-geotechnik.de

1 Einführung

Es ist schon seit langem bekannt, dass die oberflächennahen geologischen und geotechnischen Verhältnisse die bei Erdbeben auftretenden Bodenbewegungen und die dadurch hervorgerufenen Bauwerksschäden signifikant beeinflussen. So wird in [1] beispielsweise über das Beben von 3. September 1978 auf der schwäbischen Alb berichtet: "Wie auch bei anderen Schäden dieses Herdgebietes konzentrierten sich auch am 3. September 1978 die größten Schäden auf die Talaue und den untersten Bereich der Hangschuttzone. Ortsbereiche, wo anstehende Kalke des weißen Juras den Untergrund bilden, blieben trotz unmittelbarer Nachbarschaft zur Herdfläche weitgehend verschont" [1]. Im internationalen Bereich ist das Beben vom 19. September 1985 in Mexico bekannt. Dessen Epizentrum lag ca. 400 km von Mexico City entfernt. Die maximalen Antwortbeschleunigungen betrugen in Mexico City auf den weichen Tonschichtböden im Stadtinnern etwa das 8- bis 10-fache derjenigen des Festgesteins der Höhenlagen am Stadtrand [2]. Während auf dem Festgestein das Erdbeben kaum wahrgenommen wurde, richtete es im Stadtinnern erhebliche Schäden an.

Ursache dieses als "Standorteffekt" (Site Effect) bekannten Phänomens sind die Veränderungen der vom Hypozentrum ausgehenden Erdbebenwellen an oberflächennahen Schichten hinsichtlich ihrer Amplituden und ihres Frequenzgehalts. Der Standorteffekt ist besonders ausgeprägt, wenn ein großer Impedanzkontrast, d.h. im Wesentlichen ein deutlicher Steifigkeitssprung, zwischen oberflächennahen Bodenschichten auftritt.

Die aktuelle Normung des EC8 [3] berücksichtigt den Standorteffekt, indem das zugrunde zu legende Antwortspektrum an die geologische Untergrundklasse und die Baugrundklasse angepasst wird. Allerdings werden im NA des EC8 für weiche Böden mit einer Scherwellengeschwindigkeit von v_s < 150 m/s besondere Untersuchungen gefordert. Eine wesentlich detailliertere Betrachtung ist die Mikrozonierung eines Gebiets. Dabei wird für ein bestimmtes Gebiet aufgrund seiner geologischen Kennwerte eine Kartierung mit standortspezifischen Antwortspektren vorgenommen. Darüber hinaus wird auch die Gefährdung hinsichtlich weiterer Parameter wie Bodenverflüssigung oder Geländeinstabilitäten untersucht. Beispiele aus Deutschland und der Schweiz finden sich in [4], [5] und [6]. Eine Mikrozonierung ist sehr aussagefähig, ihre Erstellung ist aber auch außerordentlich aufwändig.

In der Regel werden Standorteffekte anhand von eindimensionalen Modellen für vertikal propagierende Scherwellen (SH-Wellen) in einem in horizontaler Richtung "unendlich" ausgedehnten, geschichteten Boden untersucht. Aber auch die Topologie eines Geländes hat bei einem Erdbeben Ein-

Tabelle 1. BodenkennwerteTable 1. Soil properties

Boden	Wichte	Dynamischer	Scherwellen-	Dämpfung
		Schubmodul	geschwindigkeit	
				[%]
	[kN/m ³]	[kN/m ³] [MN/m ²] [m/s]		
Beckenton	19	15	90	5, 10, 15
	22	070	050	
Grundmoräne	22	270	350	1

fluss auf die Bodenbewegungen. So können die Erdbebenwellen durch Reflektions- und Refraktionseffekte in tiefen und schmalen Tälern deutlich verändert werden. Deren Berücksichtigung erfordert zwei- oder dreidimensionale Modelle (siehe z. B. [7]). Selbst die Bebauung eines Geländes kann die Erdbebenanregung spürbar beeinflussen. Man bezeichnet dies neuerdings als "Site-City-Interaction" (SCI). Die hier verwendeten Modelle sind sehr rechenintensiv und befinden sich im Stadium der Forschung (vgl. z. B. [8]).

Für praktische Aufgabenstellungen bieten sich eindimensionale Berechnungsverfahren an. Im Folgenden werden die für den Bodenseeraum charakteristischen Seetone untersucht. Sie sind mit einer Scherwellengeschwindigkeit von v_s < 150 m/s als "weiche" Böden im Sinne von [3] einzustufen. Für verschiedene Bodenprofile, wie sie für den Raum Konstanz typisch sind, werden Antwortspektren der Horizontalbeschleunigung ermittelt, die den Einfluss der weichen oberen Bodenschicht deutlich machen.

2 Geologische Situation und geotechnische Kennwerte

Die Geologie des Bodenseeraumes ist durch eiszeitliche Vorgänge gekennzeichnet. Aus den Alpen vorgestoßene Gletscher haben das Alpenvorland reliefartig geprägt und Grund-, Seiten- und Endmoränen abgelagert. Beim Abschmelzen der Gletscher am Ende der letzten Eiszeit wurden die durch Eis, End- und Seitenmoränen entstandenen Stauseen und die von den Gletschern ausgeräumten Becken mit Schmelzwasser gefüllt. Während außerhalb der Eintiefungen und am Grund der Schmelzwasserseen meist Moräneböden hinterlassen wurden, hat sich die "Gletschertrübe" in den Schmelzwasserbecken als Sediment abgelagert. Die überwiegend feinkörnigen Beckensedimente werden oft als Beckenton oder Seeton, bei ausgeprägter Sedimentschichtung auch als Bänderton bezeichnet. Die Mächtigkeit der Beckensedimente beträgt an den Rändern der eiszeitlich entstandenen Becken sowie in flachen eiszeitlichen und nacheiszeitlichen Stauseelagen nur wenige Meter, wohingegen in großen Beckenvertiefungen sowie in Rinnensituationen Mächtigkeiten bis zu ca. 60 m, teilweise sogar bis über 100 m auftreten können.

Bodenmechanisch handelt es sich bei den nacheiszeitlichen Beckensedimenten um normal-konsolidierte feinkörnige bindige Böden, die in Abhängigkeit von ihrer Plastizität als Tone oder Schluffe anzusprechen sind. Die Konsistenz reicht von steif bis flüssig, wobei weiche und breiige Konsistenzen häufig auftreten. Eine umfassende bodenmechanische Beschreibung des Beckentons aus dem Bereich von Konstanz ist [9] zu entnehmen, eine bodenmechanische Charakterisierung von Beckensedimenten in der Schweiz wurde von [10] vorgenommen.

Für dynamische Berechnungen werden sogenannte linear äquivalente Bodenkennziffern angesetzt mit dem Schubmodul und der Dämpfung des Bodens als scherdehnungsabhängige Größen [11]. Mit zunehmender Scherdehnung nimmt der Schubmodul ab, die Dämpfung des Bodens hingegen nimmt zu ([12], [13], [14]). Neben der Plastizität sind die Zusammenhänge des Schubmoduls und der Dämpfung mit der Scherdehnung auch vom Spannungszustand und von der Anzahl der Lastwechsel abhängig.

Für die hier vorgenommenen bodendynamischen Berechnungen wurden die Bodenkenngrößen nach **Tabelle 1** zugrunde gelegt. Die innere Dämpfung des Beckentons wurde zwischen 5 % und 15 % variiert, die Dämpfung der Grundmoräne wurde zu 1 % angenommen. Für die nichtlinearen Untersuchungen mit äquivalenten nichtlinearen Bodenkennwerten in Abschnitt 7 wurden die Kurven nach **Tabelle 2** angesetzt.

3 Berechnungsverfahren

Zur Ermittlung der horizontalen Freifeldbeschleunigungen an der Bodenoberfläche wird das Modell der horizontal polarisierten und vertikal propagierenden Scherwelle (SH-Welle) zugrunde gelegt. Der Boden wird durch ein Modell, das aus einem Halbraum und den darüber liegenden Bodenschichten besteht, abgebildet (**Bild 1**). Für einen vorgegebenen Beschleunigungszeitverlauf an der Oberfläche des Halbraums wird der Beschleunigungszeitverlauf an der Bodenoberfläche ermittelt.

In der Regel verwendet man eine Formulierung im Frequenzbereich. Die Beziehungen zwischen Beschleunigung an der freien Oberfläche und den Beschleunigungen am Grundgebirge lassen sich nach Wellentheorie ermitteln [15]. Es sind auch Formulierungen nach der FEM [16] oder dem Übertragungsmatrizenverfahren [17] möglich. Damit lässt sich die Beschleunigung an der Oberfläche aus den Beschleunigungen am Grundgebirge im Frequenzbereich als Übertragungsfunktion ermitteln zu

$$F(\Omega) = \frac{u_F(\Omega)}{u_G(\Omega)} = \frac{\ddot{u}_F(\Omega)}{\ddot{u}_G(\Omega)}$$
(1)

Tabelle 2	2. Nichtlineare Abhängigkeit des Schubmoduls und der Dämpfung von der Scherdehnung
Table 2.	Nonlinear strain dependent shear modulus and damping ratio

		Scherdehnung [%]					
		0,001	0,01	0,1	1		
Beckenton	Dämpfung [%]	1	2	12	25		
	Faktor für Schubmodul	1	0.94	0.48	0.12		
Grundmoräne	Dämpfung [%]	5 15			15		



Bild 1. Bodenmodell für SH-Wellen Fig. 1. Soil model for SH waves

Für eine einzelne homogene Bodenschicht über einem Halbraum erhält man nach [16]

$$F(\Omega) = \frac{1}{\cos(\Omega \cdot h \,/\, \tilde{v}_{s,S}) + i \cdot \tilde{\beta} \cdot \sin(\Omega \cdot h \,/\, \tilde{v}_{s,S})} \tag{2}$$

beziehungsweise für das Ein-Schichtmodell ohne innere Bodendämpfung

$$\left|F(\Omega)\right| = \frac{1}{\sqrt{\cos^2(\Omega \cdot h / v_{s,S}) + \beta^2 \cdot \sin^2(\Omega \cdot h / v_{s,S})}}.$$
(5)

Hierin bedeuten

$$v_{s,S} = \sqrt{\frac{G_S}{\rho_S}} \quad v_{s,G} = \sqrt{\frac{G_G}{\rho_G}} \tag{4}$$

die Scherwellengeschwindigkeiten der Schicht (Index "S") beziehungsweise des Halbraums (Index "G"). Sie werden aus dem jeweiligen Schubmodul G und der Dichte ρ bestimmt. Der Beiwert

$$\beta = \frac{\rho_S \cdot v_{s,S}}{\rho_G \cdot v_{s,G}} \tag{4a}$$

bezeichnet das Impedanzverhältnis von Halbraum und Schicht. Das Impedanzverhältnis ist bei einer weichen Bodenschicht auf einem steifem Halbraum stets $0 \le \beta \le$ 1. Es kennzeichnet die Homogenität des Bodenmodells (und nicht den gelegentlich in der Literatur genannten "Impedanzkontrast"). Der Beiwert $\beta = 0$ entspricht dem Fall eines starren Halbraums mit einer elastischen Schicht. Die Verstärkungsfunktion nimmt sehr hohe Maxima an. Im Fall $\beta = 1$ liegen homogene Verhältnisse vor, d.h. die Impedanz der Schicht ist gleich derjenigen des Halbraums und die Übertragungsfunktion (3) ist für das ungedämpfte System gleich 1. Allgemein folgt mit $\sqrt{\cos^2(\Omega \cdot h / v_{s,S}) + \beta^2 \cdot \sin^2(\Omega \cdot h / v_{s,S})} \le 1$ nach (3) für die Übertragungsfunktion $|F(\Omega)| \ge 1$. Dies bedeutet, dass eine weiche Bodenschicht stets eine Vergrößerung der maximalen Beschleunigungen im Frequenzbereich zur Folge hat.

Zur Berücksichtigung der inneren Bodendämpfung ξ werden die Scherwellengeschwindigkeiten der Schicht beziehungsweise des Halbraums mit dem komplexen Schubmodul $\tilde{G} = G \cdot (1 + 2 \cdot i \cdot \xi)$ ermittelt und gehen damit als $\tilde{v}_{s,S}$, $\tilde{v}_{s,G}$ beziehungsweise auch $\tilde{\beta}$ in (2) ein.

Die Übertragungsfunktion (3) besitzt Extremwerte bei den Eigenfrequenzen der elastischen Schicht über einem starren Halbraum

$$f_j = \frac{v_{s,S}}{4 \cdot h} \cdot \left(2 \cdot j - 1\right) \tag{5}$$

beziehungsweise bei den Eigenschwingzeiten

$$T_j = \frac{4 \cdot h}{v_{s,S} \cdot (2 \cdot j - 1)}.$$
(5a)

Die Maxima der Übertragungsfunktion ergeben sich bei Eigenfrequenzen (5). Für das System erhält man aus (3) mit (5) unter Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung (z. B. ξ_S^2) für $\Omega = 2 \cdot \pi \cdot f_i$

$$\frac{|F(\Omega)|_{\max}}{\sinh\left(\frac{\pi}{2}\cdot(2\cdot j-1)\cdot\xi_{S}\right)+\beta\cdot\cosh\left(\frac{\pi}{2}\cdot(2\cdot j-1)\cdot\xi_{S}\right)}.$$
(6)

Die Maxima der Übertragungsfunktion liegen bei den Eigenfrequenzen nach (5), die Amplitude bei der j-ten Eigenfrequenz wird durch das Impedanzverhältnis β und die innere Dämpfung ξ_S der Bodenschicht nach (6) bestimmt. Bild 2 zeigt die über dem Frequenzverhältnis $f / f_1 = f \cdot 4 \cdot h / v_{s,S}$ aufgetragene Übertragungsfunktion $|F(\Omega)|$ (mit $f = \Omega / 2 \cdot \pi$). Die Maxima der Übertragungsfunktion für $\xi_S = 0$ erhält man nach (6) zu $|F(\Omega)|_{max} = 1 / \beta$. Sie werden durch die innere Bodendämpfung ξ_S der Schicht deutlich reduziert. Auch ein zunehmendes Impedanzverhältnis β reduziert die Maxima der Übertragungsfunktion.

25



Bild 2. Übertragungsfunktion $|F(\Omega)|$ für SH-Wellen Fig. 2. Transfer functions for SH waves

Impedanzverhältnis und innere Bodendämpfung der Schicht haben eine ähnliche Wirkung, da das Impedanzverhältnis die Abstrahlungsdämpfung des Halbraums wiedergibt. Man kann daher, bezogen auf eine Frequenz, äquivalente Werte angeben. So lässt sich zu einem Referenzmodell mit den Parametern $\xi_{S,ref}$ und $\beta_{S,ref}$ ein äquivalentes Modell mit den Parametern $\xi_{S,eq}$ und β_{eq} angeben, das in der *j*-ten Resonanzspitze denselben Vergrößerungsfaktor aufweist. Nach (6) erhält man die nichtlineare Gleichung

$$f(\xi_{S,eq}) = \sinh\left(\frac{\pi}{2} \cdot (2 \cdot j - 1) \cdot \xi_{S,ref}\right) +$$
(7)
$$\beta_{ref} \cdot \cosh\left(\frac{\pi}{2} \cdot (2 \cdot j - 1) \cdot \xi_{S,ref}\right) -$$
$$\sinh\left(\frac{\pi}{2} \cdot (2 \cdot j - 1) \cdot \xi_{S,eq}\right) -$$
$$\beta_{eq} \cdot \cosh\left(\frac{\pi}{2} \cdot (2 \cdot j - 1) \cdot \xi_{S,eq}\right) = 0$$

Sie lässt sich näherungsweise linearisieren und nach $\xi_{S,eq}$ auflösen. Man erhält

$$\xi_{S,eq} \approx \frac{2}{\pi \cdot (2 \cdot j - 1)} \cdot \left(\beta_{ref} - \beta_{eq}\right) + \xi_{S,ref} \tag{8}$$

oder für die erste Resonanzspitze mit j = 1

$$\xi_{S,eq} \approx \frac{2}{\pi} \cdot \left(\beta_{ref} - \beta_{eq}\right) + \xi_{S,ref}.$$
(9)





Bild 5 zeigt dies für drei Wertepaare ξ_s und β bei einer Anpassung an der ersten Resonanzstelle der Übertragungsfunktion. Eine Erhöhung des Impedanzparameters β_{eq} gegenüber dem Referenzwert β_{ref} (geringerer Impedanzunterschied) entspricht einer Verringerung der Dämpfung der Schicht, eine Verringerung von β_{eq} (d.h. eine Vergrößerung des Impedanzunterschiedes) einer Erhöhung der Dämpfung der Schicht.

Es sei noch darauf hingewiesen, dass auf der Grundlage der Wellentheorie auch eine Lösung im Zeitbereich möglich ist. Nach [18], [19] ergibt sich unter Berücksichtigung der Wellenreflektionen und -refraktionen an der freien Oberfläche beziehungsweise am Übergang zum Halbraum die Freifeldbeschleunigung zu

$$\begin{split} \ddot{u}_{F}(t) &= \frac{2}{1+\beta} \cdot \sum_{j=1}^{j_{\max}} 2 \cdot \left(\frac{1-\beta}{1+\beta}\right)^{j-1} \tag{10} \\ \cdot e^{-\varepsilon \cdot h \cdot (2 \cdot j-1)} \cdot \ddot{u}_{G}(t - \frac{h \cdot (2 \cdot j-1)}{v_{s,S}}) \\ \ddot{u}_{F}(t) &= \frac{2}{1+\frac{\rho_{S} \cdot v_{s,S}}{\rho_{G} \cdot v_{s,G}}} \cdot \sum_{j=1}^{j_{\max}} 2 \cdot \left(\frac{\frac{\rho_{G} \cdot v_{s,G}}{\rho_{S} \cdot v_{s,S}} - 1}{\frac{\rho_{G} \cdot v_{s,G}}{\rho_{S} \cdot v_{s,S}} + 1}\right)^{j-1} \\ \cdot e^{-\varepsilon \cdot h \cdot (2 \cdot j-1)} \cdot \ddot{u}_{G}(t - \frac{h \cdot (2 \cdot j-1)}{v_{s,S}}) \end{split}$$

26



Bild 3. Übertragungsfunktionen IF (Ω)I für SH-Wellen, Anpassung an die erste Resonanzstelle Fig. 3. Transfer function IF (Ω)I for SH waves, adjustment of the first resonance peak



Bild 4. Antwortspektren zweier künstlicher Beschleunigungszeitverläufe $\ddot{u}_G(t)$ auf der Grundmoräne Fig. 4. Response spectra of two artificially generated earthquake time histories $\ddot{u}_G(t)$ on bedrock

Hierin ist $\ddot{u}_G(t)$ der Beschleunigungszeitverlauf an der Oberfläche des Halbraums und ε ein Dissipationskennwert, der der inneren Dämpfung ξ_S entspricht. Der Wert $j_{\max} = trunc \left(\frac{v_{sS} \cdot t}{2 \cdot h} + \frac{1}{2} \right)$ ist die Anzahl der Reflektionen an der freien Oberfläche. Das Verfahren lässt sich auch für mehrere Schichten formulieren, wird dann aber wesentlich aufwändiger.

4 Antwortspektren des Einschichtmodells

Die Ermittlung der Antwortspektren für den Standort Konstanz erfolgt auf der Grundlage von DIN EN 1998-1/ NA-2011-1 [3]. Danach gilt für Konstanz die geologische Untergrundklasse S und für die Grundmoräne die Baugrundklasse C. Damit erhält man S = 0.75 und die Kontrollperioden des horizontalen Antwortspektrums $T_B = 0.1s$, T_C = 0,5s und T_D = 2.0s. Die übrigen Parameter des Antwortspektrums wurden normiert, d.h. es wurden die Grundbeschleunigung mit $a_G = 1.0 \text{ m/s}^2$, der Bedeutungsbeiwert mit γ_I = 1.0 und der Dämpfungskorrekturbeiwert mit η = 1.0 angesetzt. Bei einer Anwendung der hier angegebenen Antwortspektren sind diese mit dem lokalen Wert der Grundbeschleunigung (in Konstanz mit $a_G = 0.6 \ m/s^2$ für die Erdbebenzone 2), dem jeweiligen Bedeutungsbeiwert γ_I sowie ab T \geq T_B mit dem Dämpfungskorrekturbeiwert η (beziehungsweise zur Berechnung des Bemessungsspektrums mit dem Beiwert 1/q) zu multiplizieren. Im Bereich zwischen $T_A = 0$ und T_B ist zwischen $S_e(0)$ und $S_e(T_B)$ linear zu interpolieren. Das so normierte horizontale elastische Antwortspektrum wurde als repräsentativ für die Beschleunigungen \ddot{u}_G an der Oberseite der Grundmoräne angenommen. Die Grundmoräne entspricht dem Grundgebirge, das als Halbraum angenommen wird in Bild 1.

Die Berechnung eines Beschleunigungszeitverlaufs \ddot{u}_F im Freifeld, d.h. an der freien Oberfläche, nach den in Abschnitt 1 erläuterten Verfahren erfordert einen Beschleunigungszeitverlauf auf der Oberfläche des Grundgebirges. Dazu wurden für das oben erläuterte Antwortspektrum auf der Oberseite der Grundmoräne spektrumskompatible Beschleunigungszeitverläufe mit Hilfe des Programmes SYNTH [15] generiert. Insgesamt wurden 5 Zeitverläufe verwendet. Sie stimmen mit dem vorgegebenen Antwortspektrum gut überein (**Bild 4**).

Mit einem Einschichtmodell wurden ausgehend von den generierten Beschleunigungszeitverläufen $\ddot{u}_G(t)$ an der Grundmoräne Beschleunigungszeitverläufe $\ddot{u}_F(t)$ an der Oberfläche des Seetons nach (2) ermittelt (**Bild 5**). Die Berechnungen wurden mit dem Programm SHAKE [20] durchgeführt und die Ergebnisse mit einer Implementierung von (2) in Mathcad [21] verglichen. Dabei wurde für den Seeton eine Scherwellengeschwindigkeit von 90 m/s und für die Grundmoräne von 350 m/s angesetzt. Mit der Dichte $\rho_S = 1.9 \ t/m^5$ des Seetons und $\rho_G = 2.2 \ t/m^5$ der Grundmoräne beträgt der Impedanzkennwert $\beta = 0.22$ (Gl. (4a)). Die innere Dämpfung wurde in der Grundmoräne mit



Bild 5. Einschichtmodell für Konstanzer Seeton Fig. 5. One-layer model for clay deposits of the Lake Constance area

Tabelle 3. Eigenfrequenzen und -schwingzeiten einer elastischen Schicht Table 3. Eigenfrequencies and eigenperiods of an elastic layer

2							
		f_{j}		$T_j = 1/f_j$			
<i>h</i> [m]		j	~	j			
	1	2	3	1	2	3	
5	4.50	13.50	22.50	0.22	0.07	0.04	
10	2.25	6.75	11.25	0.44	0.15	0.09	
15	1.50	4.50	7.50	0.67	0.22	0.13	
20	1.13	3.38	5.63	0.89	0.30	0.18	
25	0.90	2.70	4.50	1.11	0.37	0.22	
30	0.75	2.25	3.75	1.33	0.44	0.27	
35	0.64	1.93	3.21	1.55	0.52	0.31	
40	0.56	1.69	2.81	1.78	0.59	0.36	
45	0.50	1.50	2.50	2.00	0.67	0.40	
50	0.45	1.35	2.25	2.22	0.74	0.44	

27

ten. Es zeigt sich, dass gerade bei vergleichsweise geringen Schichthöhen von 5–20 m der Verstärkungseffekt sehr hoch ist, da hier die erste Eigenschwingzeit im Maximalbereich der Erdbebenanregung (auf der Grundmoräne zwischen T_B = 0,1s und T_C = 0,5s) liegt. Die maximalen Beschleunigungen können hier etwa das 3- bis 4-fache der maximalen Beschleunigung auf der Grundmoräne betragen. Bezogen auf die Grundbeschleunigung $a_G = 0.6 m/s^2$ der Erdbebenzone 2 (Konstanz) und mit $\gamma_I = 1.0$ können hier sehr hohe Spitzenwerte der Antwortbeschleunigungen von bis zu $6 \cdot 0.6$ $m/s^2 = 3.6 m/s^2$ bei einer inneren Bodendämpfung von 5 % auftreten. Allerdings kann dann auch die innere Bodendämpfung höher angenommen werden. Mit zunehmender Schichthöhe nehmen die maximalen Beschleunigungen ab.

> Im Bereich der maximalen Erdbebenanregung (auf der Grundmoräne zwischen $T_B = 0.1s$ und $T_C = 0,5s$) wird nun die zweite Eigenschwingung der Schicht angeregt, was zu geringeren Amplituden führt (vgl. auch Bild 2). Hinzu kommt jetzt bei größeren Schwingzeiten T ein Maximum im Bereich der ersten Eigenschwingung.

5 Vereinfachtes Verfahren

Mit einem vereinfachten Verfahren soll das Verhalten des untersuchten Einschichtsystems näherungsweise beschrieben werden. Hierzu werden zunächst die bei-

1 % angenommen und im Seeton mit 5 %, 10 % und 15 % variiert. Die Schichthöhe *h* des Seetons wurde zwischen 5 m und 50 m in 5 m-Schritten verändert. Es wurden lineare Bodenkennwerte zugrunde gelegt. Auf eine Abminderung des Schubmoduls und eine Erhöhung der Dämpfung mit zunehmendem Scherwinkel wurde dabei verzichtet, um eine Übertragbarkeit der Ergebnisse zu ermöglichen. Die Antwortspektren wurden durch Mittelung der für die 5 untersuchten Zeitverläufe erhaltenen Antwortspektren für 5 % (Bauwerks-)Dämpfung erstellt.

Die für Konstanzer Seeton ermittelten horizontalen Beschleunigungsantwortspektren sind in **Bild 6** dargestellt [22]. Sie liegen über dem Antwortspektrum der Grundmoräne und lassen den Verstärkungseffekt deutlich erkennen. Es wird deutlich, dass die Seetonschicht die Form des Antwortspektrums deutlich beeinflusst. Maxima treten bei den Eigenfrequenzen der Schicht nach (5) auf (**Tabelle 3**). Mit zunehmender Dämpfung des Seetons nehmen die Amplituden ab. Bei geringen Schichthöhen zwischen 5 und 10 m steigen die Maximalwerte des Antwortspektrums an, sie nehmen dann aber mit zunehmender Schichthöhe ab. Bis zu einer Schichthöhe von 20 m tritt die maximale Antwortbeschleunigung bei der ersten Eigenschwingzeit nach (5a) auf, bei größeren Schichthöhen bei der zweiten Eigenschwingzeit und bei 50 m Schichthöhe bei der dritden maßgebenden Eigenschwingungen einzeln untersucht. Die Form des Antwortspektrums auf der Schicht wird in jeder Eigenschwingung getrennt in Anlehnung an EC8 [3] angenommen, wobei jedoch die Kontrollperioden und maximalen Antwortbeschleunigungen neu festgelegt werden.

Die Maximalwerte der Antwortbeschleunigung bei den Eigenschwingzeiten der Schicht nach (5a) werden ermittelt zu

$$a_{g,i} = \alpha_i \cdot S_e(T_{S,i}). \tag{11}$$

Dabei stellt der Beiwert α_i einen Verstärkungsfaktor in der Eigenschwingung i dar, der näherungsweise als konstant angenommen wird. Für das untersuchte Bodenmodell können nach Bild 6 bei einer Dämpfung von $\xi_S = 5$ % die Werte $\alpha_1 = 5.0, \alpha_2 = 1.8$ und bei einer Dämpfung von $\xi_S = 15$ % die Werte $\alpha_1 = 2.0, \alpha_2 = 0.9$ gesetzt werden, wobei Zwischenwerte linear interpoliert werden.

Die Kontrollperioden ergeben sich aus den Eigenschwingzeiten der Schicht zu

$$T_{A,i} = 0 \quad T_{B,i} = T_{S,i+1} \quad T_{C,i} = T_{S,i} \quad T_{D,i}$$

$$= \max(T_{C,i}, T_D) \quad \text{mit} \quad T_D = 2, 0 \ s$$
(12)

Das Antwortspektrum für die i-te Eigenschwingung der Schicht (normiert auf $a_G = 1.0 \ m/s^2$ und $\gamma_I = 1.0$) lautet damit:

Hauptaufsatz



Bild 6. Horizontale Beschleunigungsantwortspektren für Konstanzer Seeton, normiert auf $a_G = 1.0 \text{ m/s}^2$, $\gamma_I = 1.0$ Fig. 6. Horizontal acceleration response spectra for Lake Constance clay, for $a_G = 1.0 \text{ m/s}^2$, $\gamma_I = 1.0$

$$S_{S,e,i}(T) = 0.75 + \frac{T}{T_{B,i}} \cdot (a_{g,i} - 0.75) \quad T_{A,i} \le T \le T_{B,i}$$

$$S_{S,e,i}(T) = a_{g,i} \quad T_{B,i} \le T \le T_{C,i}$$

$$S_{S,e,i}(T) = a_{g,i} \cdot \left(\frac{T_{C,i}}{T}\right)^n \quad T_{C,i} \le T \le T_{D,i}$$

$$S_{S,e,i}(T) = a_{g,i} \cdot \left(\frac{T_{C,i}}{T}\right)^n \cdot \left(\frac{T_{D,i}}{T}\right) \quad T_{D,i} \le T$$

$$(13)$$

Der Exponent n wird nach Bild 6 in Abhängigkeit von der Schichthöhe h ermittelt zu

$$n = 0, 7 + 0, 1 \cdot h \le 1, 7 \tag{14}$$

Das resultierende Antwortspektrum ergibt sich dann aus dem Maximum der beiden für die ersten beiden Eigenschwingungen mit i = 1 bzw. i = 2 ermittelten Antwortspektren nach **Bild 7** zu

$$S_{S,e} = \max(S_{S,e,1}, S_{S,e,2})$$
(15)

Die Übereinstimmung der nach dem vereinfachten Verfahren (13) ermittelten Antwortspektren in **Bild 8** und der genaueren nach Bild 6 ist als gut zu bezeichnen. Auf eine genauere Berücksichtigung der Absenkung der Werte zwischen der ersten und zweiten Eigenschwingung wurde beim vereinfachten Verfahren verzichtet. Dies ist aber in Anbetracht der begrenzten Genauigkeit geotechnischer Kennwerte auch nicht sinnvoll.

Das vereinfachte Verfahren nach (13) ermöglicht es, auch ohne aufwändige Computerberechnungen die horizontalen Beschleunigungsantwortspektren für das betrachtete Bodenmodell nach Bild 5 in guter Näherung zu ermitteln. Es ist nur im Bereich 5 $m \le h \le 50 m$ gültig, da bei größeren Schichthöhen die dritte Eigenschwingung der Schicht maßgebend werden kann.

Die Antwortspektren in Bild 6 können auch auf andere Bodenmodelle übertragen werden. Zwei Bodenmodelle sind äquivalent, wenn sie dieselbe Übertragungsfunktion besitzen. Dies ist nach Abschnitt 3 der Fall, wenn die Eigenfrequenzen nach (5), der Impedanzkennwert nach (4a) und die innere Bodendämpfung übereinstimmen. Für äquivalente Bodenmodelle gelten dieselben Antwortspektren. Dies bedeutet, dass man etwa für ein Bodenmodell mit $h = 20 m, v_{s,s} = 60 m/s$ und $v_{s,G} = 233 m/s$ dasselbe Antwortspektrum erhält wie für das untersuchte Referenzmodell nach Bild 5 mit h = 30 m, $v_{s,S} = 90 m/s$, $v_{s,G} = 350 m/s$, wenn beide Modelle dieselben Dämpfungsmaße und die Dichtewerte $\rho_S = 1.9 t/m^3$, $\rho_G = 2.2 t/m^3$ besitzen.

Näherungsweise lassen sich auch äquivalente Bodenmodelle definieren, bei denen die Übertragungsfunktionen nur an der maßgebenden Resonanzstelle übereinstimmen (vgl. Bild 3). In diesem Fall muss die innere Dämpfung des Referenzmodells an die unterschiedlichen Impedanzkennwerte angepasst werden. Die Kennwerte des Referenzmodells seien $v_{s,S,ref} = 90 \text{ m/s}, v_{s,G,ref} = 350 \text{ m/s}, \rho_{S,ref} = 1.9 \text{ t/m}^5,$ $\rho_{G,ref} = 2.2 \text{ t/m}^5, h_{ref}$ und $\xi_{S,ref}$, diejenigen des äquivalenten Modells $v_{s,S,eq}, v_{s,G,eq}, \rho_{S,equ}, \rho_{G,eq}, h_{eq}$ und $\xi_{S,eq}$. Beide Modelle sollen dieselben Schicht-Eigenfrequenzen besitzen. Damit ergibt sich nach (5)

$$h_{ref} = \frac{v_{s,S,ref}}{v_{s,S,eq}} \cdot h_{eq} \tag{16}$$

Weiterhin sollen die Maximalwerte der Übertragungsfunktion an der maßgebenden Eigenschwingzeit der Schicht übereinstimmen. Somit gilt nach (8) mit j = 1 beziehungsweise j = 2:

$$\begin{aligned} \xi_{S,ref,1} &\approx \frac{2}{\pi} \cdot \left(\beta_{eq} - \beta_{ref}\right) + \xi_{S,eq} & \text{für } S_{S,e,1}(T) \\ \xi_{S,ref,2} &\approx \frac{2}{3 \cdot \pi} \cdot \left(\beta_{eq} - \beta_{ref}\right) + \xi_{S,eq} & \text{für } S_{S,e,2}(T) \end{aligned}$$
(17)

Damit lassen sich die beiden Antwortspektren $S_{S,e,1}$ (*T*) und $S_{S,e,2}$ (*T*) nach (13) ermitteln und gemäß (15) überlagern. Das Näherungsverfahren gilt nur im untersuchten Bereich von $\xi_{S,ref}$ sowie bei Schichthöhen $h_{ref} \leq 50 m$, da bei größeren Schichthöhen die dritte Resonanzstelle maßgebend wird.

Beispiele für eine Schichthöhe von 20 m und 40 m sowie eine Dämpfung von 10% sind in **Bild 9** angegeben. Die Bodenkennwerte $v_{s,G}$, ρ_G , ρ_S und ξ_G sind gleich wie in Bild 5, jedoch wurde die Scherwellengeschwindigkeit in der Schicht zu $v_{s,S} = 73$ m/s (Bild 9a) beziehungsweise $v_S =$ 126 m/s (Bild 9b) angenommen. Damit ergeben sich die in **Tabelle 4** angegebenen Kennwerte der äquivalenten Bodenmodelle. Die nach dem Näherungsverfahren erhaltenen Antwortspektren stimmen recht gut mit den ebenfalls in Bild 9 angegebenen genaueren Antwortspektren überein.



Fig. 7. Simplified method for the determination of response spectra of the one-layer model



Bild 8. Vereinfachte horizontale Beschleunigungsantwortspektren für Konstanzer Seeton Fig. 8. Simplified horizontal acceleration response spectra for Lake Constance clay

Tabelle	4. Eigenfrequenzen und -schwingzeiten einer elastischen	Schicht
Table 4.	Eigenfrequencies and eigenperiods of an elastic layer	

	Referenzsystem				Äquivalentes System				
	$\mathcal{V}_{s,S,ref}$	h _{ref}	$\xi_{{\scriptscriptstyle S1,ref}}$	$\xi_{\scriptscriptstyle S2,ref}$	$oldsymbol{eta}_{ref}$	$v_{s,S,eq}$	$h_{_{eq}}$	$\xi_{s,eq}$	$oldsymbol{eta}_{eq}$
Fall a	90m/s	24,7m	7,3%	9,1%	0,22	73m/s	20m	10%	0,18
Fall b		14,3m	15,7%	11,9%		126m/s	20m	10%	0,31
Fall c		49,3m	7,3%	9,1%		73m/s	40m	10%	0,18
Fall d		28,6m	15,7%	11,9%		126m/s	40m	10%	0,31

Bauingenieur



Bild 9. Näherungsweise Ermittlung von Beschleunigungsantwortspektren, $\xi_s = 10$ %, normiert auf $a_G = 1.0$ m/s², $\gamma_l = 1.0$ Fig. 9. Approximated determination of acceleration response spectra, $\xi_s = 10$ % for $a_G = 1.0$ m/s², $\gamma_l = 1.0$

6 Antwortspektren des Zweischichtenmodells

Häufig tritt zwischen der Seetonschicht und der Grundmoräne noch eine Übergangsschicht (aufgearbeitete Grundmoräne) auf. Diese wird in einem Zweischichtenmodell beschrieben. Dessen Bodenkennwerte sind in Bild 10 dargestellt. Die Dicke der Übergangsschicht wurde mit h_2 = 5.0 m angenommen. Der Impendanzsprung zwischen der Seetonschicht und der Übergangsschicht ist geringer als zur Grundmoräne. Dies kommt im Impedanzkennwert $\beta = 0.34$ zum Ausdruck, der nach (17) einer Erhöhung der Dämpfung entspricht. Andererseits erfolgt die Anregung durch das Erdbeben immer noch im Bereich der Übergangsschicht zur Grundmoräne. Die Antwortspektren des Zweischichtmodells sind in Bild 11 dargestellt. Ihre Maxima liegen im Bereich der Eigenfrequenzen der Seetonschicht. Diese sind in den meisten Fällen etwas niedriger als bei einem Einschichtmodell mit gleicher Höhe der Seetonschicht. Die Antwortspektren entsprechen im Übrigen aber weitgehend denjenigen des Einschichtmodells.



Bild 10. Zweischichtenmodell für Konstanzer Seeton Fig. 10. Two-layer model of Lake Constance clay

Hauptaufsatz



Bild 11. Horizontale Beschleunigungsantwortspektren für Konstanzer Seeton – Zweischichtenmodell, $h_2 = 5$ m, normiert auf $a_G = 1.0 \text{ m/s}^2$, $\gamma_I = 1.0$ Fig. 11. Horizontal acceleration response spectra for Lake Constance clay, two-layer model, $h_2 = 5$ m for $a_G = 1.0 \text{ m/s}^2$, $\gamma_I = 1.0$

7 Berücksichtigung nichtlinearer Bodenkennwerte

Die Untersuchungen wurden für lineare Bodenkennwerte durchgeführt. Diese sind zur Berücksichtigung des nichtlinearen Bodenverhaltens näherungsweise dem Beanspruchungszustand anzupassen. Einen Eindruck von der Größe der Beanspruchung des Seetons vermitteln die über die Höhe aufgetragenen maximalen Scherdehnungen (Scherwinkel) in zwei Profilen des Einschichtmodells (**Bild 12**). In der Regel betragen die Scherdehnungen, bezogen auf eine Grundbeschleunigung von $a_G = 0.6 m/s^2$ und einem Bedeutungsbeiwert $\gamma_I = 1.0$ zwischen 0 und $0.6 \cdot 0.11$ % bis 0.14 % = 0.066 bis 0.084 %. Damit kann man im Mittel von einer Dämpfung des Seetons von ca. 5 %–10 % ausgehen. Eine genauere Aussage erhält man durch eine Berechnung mit äquivalenten Bodenkennwerten. Hierbei werden die

33



Bild 12. Maximale Scherdehnungen aufgetragen über die Schichthöhe, normiert auf $a_G = 1.0 \text{ m/s}^2$, $\gamma_I = 1.0$. Fig. 12. Maximum shear strains plotted with respect to depth for $a_G = 1.0 \text{ m/s}^2$, $\gamma_I = 1.0$.



Fig. 13. Equivalent maximum shear strains plotted with respect to depth for a_G = 0.6 m/s^2 , γ_l = 1.0 v_s = 115 m/s

linearen Kennwerte (Schubmodul und Dämpfungsmaß) dem Beanspruchungszustand angepasst. Bild 15 zeigt zwei Scherdehnungsverläufe, die mit den in Tabelle 2 dargestellten nichtlinearen Verläufen des Schubmoduls (beginnend mit einer Scherwellengeschwindigkeit von v_s = 115 m/s für kleine Dehnungen) und der Dämpfung in Abhängigkeit vom Scherdehnungsverlauf für a_G = 0.6 m/s² und γ_I = 1.0 mit dem Programm SHAKE für das Einschichtmodell ermittelt wurden. Bild 14 zeigt die zugehörigen Antwort-

spektren. Im Mittel wurden eine Scherwellengeschwindigkeit von 100 m/s und Dämpfungswerte von 6 %–8 % erhalten. Man erkennt, dass die Antwortspektren in guter Näherung mit denjenigen des Einschichtmodells nach Bild 6 (multipliziert mit dem Faktor 0.6) übereinstimmen. Dies bedeutet, dass das Einschichtmodell mit konstanten linearen Bodenkennwerten eine gute Näherung darstellt, wenn die Bodenkennwerte entsprechend den zu erwartenden Scherdehnungen sinnvoll gewählt werden.

Hauptaufsatz



Bild 14. Äquivalente nichtlineare Berechnung eines Antwortspektrums, bezogen auf $a_G = 0.6 \text{ m/s}^2$, $\gamma_I = 1.0$, $v_s = 115 \text{ m/s}$ Fig. 14. CEquivalent nonlinear computation of a response spectrum for $a_G = 0.6 \text{ m/s}^2$, $\gamma_I = 1.0$, $v_s = 115 \text{ m/s}$

8 Schlussbemerkungen

34

Die Untersuchungen zeigen, dass eine weiche Seetonschicht über festen Moräneböden das Antwortspektrum deutlich beeinflusst, und zwar sowohl hinsichtlich der maßgeblichen Frequenzen wie auch der Größe der maximalen Beschleunigungen. Dies gilt insbesondere bei Schichthöhen zwischen 5 und 15 m. Die Untersuchungen wurden für Konstanzer Seeton durchgeführt. Darüber hinaus wurde ein allgemeines, vereinfachtes Verfahren angegeben, mit dem ein Antwortspektrum für das untersuchte Einschichtmodell näherungsweise auch für andere als die hier untersuchten Bodenverhältnisse ermittelt werden kann. Daher sollte der Einfluss weicher Bodenschichten auf das horizontale Beschleunigungsantwortspektrum bei Erdbebenuntersuchungen von Gebäuden auf Seetonböden berücksichtigt werden.

Literatur

- Wiek, J., Schneider, G.: Herdnahe Messungen während der Erdbebenserie im Herbst 1978 auf der westlichen schwäbischen Alb, Mitteilungen des Instituts für Bautechnik, 11. Jahrgang, Nr. 1, Berlin (Februar 1980).
- [2] Waas, G.: Das Beben am 19. September 1985 in Mexico, bodendynamische und bautechnische Aspekte, 3. Jtg. DGEB, Trans Tech Publications, Claustal (1988).
- [3] DIN EN 1998-1 (EC8) mit DIN EN 1998-1/NA-2011-1 (Nationaler Anhang EC8).
- [4] Savidis, S, Röhner, R.: Einfluß der lokalen Geologie von Köln auf die Form von Freifeldantwortspektren, Bautechnik, 81, H. 4, Ernst & Sohn, Berlin (2004).
- [5] Weber, B., Hinzen, K.-G.: Bodenverstärkungen in der südlichen Niederrheinischen Bucht, D-A-C-H Mitteilungsblatt, Bauingenieur, 81, Springer, Berlin (2006).
- [6] Fäh, D., Wenk, T.: Mikrozonierung für die Kantone Basel Stadt und Basel Landschaft – Optimierung der Form der Antwortspektren und der Anzahl der Mikrozonen, Interregprojekt "Mikrozonierung am südlichen Oberrhein", Abschlussbericht: Teilbericht B, Report SED/ MZ_BSBL/R/001/20091015, Schweizerischer Erdbebendienst, ETH Zürich (2009).
- http://e-collection.library.ethz.ch/eserv/eth:2412/eth-2412-01.pdf [7] *Assimaki, D., Gazetas, G., Kausel, E.*: Effects of Local Soil Conditions
- on the Topographic Aggravation of Seismic Motion: Parametric Investigation and Recorded Field Evidence from the 1999 Athens Earthquake, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 95, No. 3, pp. 1059–1089, (2005).

- [8] Taborda, R., Bielak, J.: Full 3D integration of site-city effects in regional scale earthquake simulations, Proc. 8-th Int. Conf. on Structural Dynamics EURODYN 2011, Leuven, Belgium (2011).
- [9] Scherzinger, Th.: Materialverhalten von Seetonen Ergebnisse von Laboruntersuchungen und ihre Bedeutung für das Bauen in weichem Baugrund, Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericiana in Karlsruhe, Karlsruhe (1991).
- [10] Trausch-Giudici, J. L.: Stress-Strain Characterization of Seebodenlehm, Dissertation, ETH Zürich (2005).
- [11] Studer, J.A., Laue, J., Koller, M.G.: Bodendynamik, Springer, Berlin (2007).
- [12] Seed, H.B., Idriss, I.M.: Soil Moduli In Damping Factors For Dynamic Response Analysis, Report No. EERC 70-10, University of California, Berkeley, December (1970).
- [13] Hardin, B. O., Drnevich, V. P.: Shear modulus and Damping in Soils: Design Equations and Curves. Soil Mech. and Found. Div. ASCE, (1972), Vol. 98, SM 7, S. 667–692.
- [14] Vrettos, Ch.: Bodendynamik, in: Grundbautaschenbuch, 7. Auflage, Ernst & Sohn, Berlin (2008).
- [15] Meskouris, K., Hinzen, K.-G.: Bauwerke und Erdbeben, Vieweg, Wiesbaden (2003).
- [16] Roesset, J.M.: Fundamentals of soil amplification, in: R.J. Hansen (Ed.), Seismic Design for Nuclear Power Plants, MIT Press (1970).
- [17] Werkle, H.: Ein Randelement zur dynamischen Finite-Element-Berechnung dreidimensionaler Baugrundmodelle, Dissertation, Universität Karlsruhe (1981).
- [18] Flesch, R.: Baudynamik, Band 2, Bauverlag, Wiesbaden (1997).
- [19] Juhasova, E., Kolekova, Y.: Der Einfluss der Bodenschichtkonfiguration auf die seismische Belastung von Bauwerken, Österreichische Ingenieur- und Architektenzeitschrift, 139. Jhg., Heft 6, Juni (1994).
- [20] Ordonéz, G.: SHAKE 2000 A computer program for 1D-analysis of geotechnical earthquake engineering problems, User's manual, (2008) (nach Schnabel B., J. Lysmer, B. Seed, Shake – A computer program for earthquake analysis of horizontally layered sites, Report EERC 72-12, University of California, Berkeley 1972).
- [21] Werkle, H.: Mathcad in der Tragwerksplanung, 2. Auflage, Vieweg-Teubner, Wiesbaden (2012).
- [22] Kornmayer, M.: Ermittlung von Erdbeben-Antwortspektren für Konstanzer Seeton, Masterthesis, HTWG Konstanz, Betreuer: Prof. Dr.-Ing. H. Werkle, Konstanz (2011).