

Einfluss von Deckenschwingungen auf die Messgenauigkeit in Ganglaboren

H. Werkle¹, W. Francke¹, A. Firus¹, C. Clausner¹

¹ Fakultät Bauingenieurwesen, HTWG Konstanz, Konstanz, Deutschland

Kurzfassung. In Ganglaboren werden medizinische Gang- und Laufanalysen durchgeführt. Eine in eine Decke eingelassene Kraftmessplatte ermöglicht dabei die präzise Messung der vom Menschen auf den Boden übertragenen Kräfte. Die Beschleunigungen der Decke, in die die Kraftmessplatte eingelassen ist, müssen begrenzt werden, damit die Messgenauigkeit der Kraftmessplatte nicht beeinträchtigt wird.

Für das wissenschaftliche Ganglabor im Neubau des Medizinischen Trainings- und Rehabilitationszentrums an der Universitätsklinik Tübingen wurde untersucht, inwieweit die Messgenauigkeit einer Kraftmessplatte durch personeninduzierte Deckenschwingungen beeinflusst wird. Als Ergebnis kann der Messfehler in Abhängigkeit von der Masse des Probanden im Ganglabor bei unterschiedlichen Szenarien angegeben werden.

Schlagwörter: Deckenschwingungen; Ganglabor; Kraftmessplatte; Personeninduzierte Schwingungen

1 EINLEITUNG

1.1 Ganganalyse

Ganglabore in orthopädischen Kliniken ermöglichen die Erfassung und Analyse von Bewegungsabläufen des menschlichen Ganges für medizinische Zwecke. Die Untersuchung der Bewegungsabläufe von Lebewesen und der damit verbundenen Kräfte ist Gegenstand der Biomechanik. Biomechanisch gestützte Ganganalysen haben in der Medizin vielfältige Einsatzmöglichkeiten. Sie erlauben beispielsweise in der Diagnose Bewegungseinschränkungen sehr genau zu analysieren oder in der orthopädischen Rehabilitation die Effektivität von Rehabilitationsmaßnahmen anhand objektiver Kriterien zu überprüfen (Perry, 2003; Jöllenbeck, 2003). In den Sportwissenschaften werden Verfahren auf biomechanischer Grundlage zur Bewegungsanalyse und Leistungsdiagnostik von Sportlern eingesetzt.

Messungen in Ganglaboren können durch mehrere, sich ergänzende Systeme wie Videoaufnahmen mit nachfolgender computergestützter Analyse, Kraftmessungen mit Kraftmessplatten oder neurologischen Methoden der Elektromyografie (Messung der elektrischen Muskel-Aktivität) erfolgen. Zur Messung der zeitabhängigen Bodenkontaktkräfte, die durch die Füße beim Auftreten auf den Boden übertragen werden, werden in den Boden des Labors eingelassene Kraftmessplatten verwendet. Die Messung der Kräfte kann durch Dehnmessstreifen oder piezoelektrisch erfolgen. Bei der piezometrischen Messtechnik wird der piezoelektrische Effekt, d.h. die elektrische Aufladung von Kristallen bei mechanischer Belastung, zur Kraftmessung genutzt. Kraftmessplatten mit piezometrischer Messverfahren besitzen eine hohe Messgenauigkeit und einen extrem weiten Messbereich. Sie werden im Folgenden weiter betrachtet. Die Reaktionskraft der Kraftmessplatte auf die Belastung wird als dreidimensionaler Kraftvektor, d.h. als integraler Wert über die gesamte Platte gemessen. Es sei noch darauf hingewiesen, dass auch spezielle Einlegesohlen für Schuhe zur Messung

der örtlichen Druckverteilung an der Fußunterseite entwickelt wurden, die auch bereits baudynamische Anwendung fanden (Seiler und Hüttner, 2004).

Kraftmessplatten müssen erschütterungsfrei aufgestellt werden, da ihre Messgenauigkeit durch Beschleunigungen des Untergrundes beeinträchtigt wird. Richtlinien für Erschütterungen in Krankenhäusern gehen im Allgemeinen von Stahlkonstruktionen und der Beeinträchtigung von Personen aus (Hicks Devine, 2004; HIVOSS, 2007). Im vorliegenden Fall wurden daher eigene Untersuchungen durchgeführt.

1.2 Ganglabor im GZT Tübingen

In den Jahren 2011/12 wurde an der Universitätsklinik Tübingen das Gesundheitszentrum (GZT) erbaut. Darin befindet sich das Gang-/Biomechaniklabor der Abteilung Sportmedizin der Universitätsklinik (Abb. 1).

Das Ganglabor liegt in einem offenen Büro- und Behandlungsbereich. Im Folgenden wird der Einfluss personeninduzierter Deckenerschütterungen im Bürobereich auf die Genauigkeit gleichzeitig erfolgender Messungen mit der Kraftmessplatte untersucht. Neben rechnerischen Untersuchungen mit FE-Modellen wurden auch Messungen personeninduzierter Schwingungen durchgeführt.



Abbildung 1. GZT Tübingen: Gebäude und Ganglabor der Abteilung Sportmedizin der Universitätsklinik

2 KRAFTMESSPLATTE

2.1 Aufbau

Kraftmessplatten dienen in Ganglaboren zur präzisen Messung der vom Menschen auf den Boden übertragenen Kräfte. Sie bestehen im Wesentlichen aus einer Deckplatte aus Stahl, Aluminium oder Glas und den darunter liegenden Abstützungen mit den piezometrischen Messaufnehmern (Abb. 2). Fest installierte Kraftmessplatten werden mittels eines Montagerahmens in eine dafür planerisch vorgesehene Vertiefung in der Decke eingebaut. Im vorliegenden Fall wurde die Kraftmessplatte der Fa. Kistler, Typ 9287CA, (vgl. Kistler, 2012) mit einem Gesamtgewicht von 25 kg eingebaut. Die Deckplatte hat ein Gewicht von 20,7 kg (Kistler 2013).

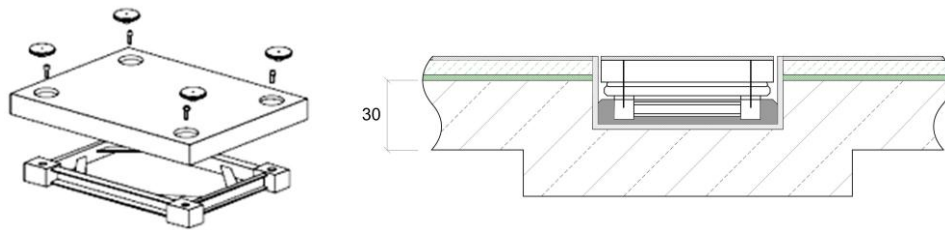


Abbildung 2. Kraftmessplatte mit Deckplatte und Montagerahmen in Vertiefung der Decke

2.2 Kraftmessung

Kraftmessplatten messen die beim Auftritt eines Probanden vom Fuß übertragenen Kräfte. Es werden alle drei Kraftkomponenten, also die vertikale Kraft und die beiden horizontalen Kräfte parallel zur Plattenkante bestimmt. Da der Gang- beziehungsweise Laufweg im Allgemeinen parallel zur Plattenkante gewählt wird, sind dies die beiden horizontalen Kraftkomponenten parallel und senkrecht zur Bewegungsrichtung. Ein Beispiel für die Messung beim Gehen einer Person mit einer Schrittgeschwindigkeit von $f_s = 2.0 \text{ Hz}$ und einem Gewicht von $G = 0.87 \text{ kN}$ ist in Abb. 3 dargestellt.

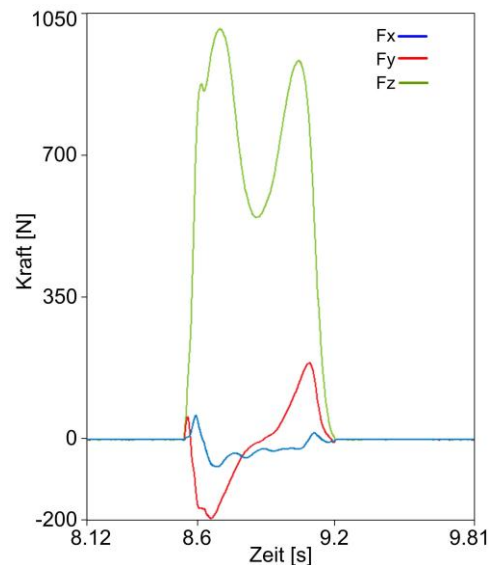


Abbildung 3. Mit einer Kraftmessplatte gemessene Kraft-Zeitverläufe ($G = 870 \text{ N}$, Gehen, $f_s = 2.0 \text{ Hz}$)

2.3 Messgenauigkeit

Wird die Deckplatte durch Bewegungen der Decke beschleunigt, so verfälschen die dadurch entstehenden Massenkräfte das Messsignal. Die Beschleunigungen der Decke, in die die Kraftmessplatte eingelassen ist, müssen daher begrenzt werden, um den Messfehler gering zu halten. Ein Messfehler von 1% der maximalen Kraft kann im Allgemeinen toleriert werden.

Eine Eigenschwingung der Kraftmessplatte wird durch die hohe Steifigkeit der Lagerung, die einer vertikalen Eigenfrequenz von ca. 500 Hz entspricht, bei ordnungsgemäßem Einbau praktisch ausgeschlossen. Daher kann der Messfehler aus der Massenkraft der Deckplatte ermittelt werden. Die durch eine Deckenbeschleunigung a_g geweckte Störkraft $m_{pl} \cdot a_g$ der Deckplatte mit der Masse m_{pl} ergibt somit, bezogen auf die zu messende maximale Kraft F_{Pers} , den Messfehler

$$p = \frac{m_{pl} \cdot a_g}{F_{Pers}} \quad (1)$$

Der Grenzwert der Beschleunigung der Decke für eine vorgegebene Messgenauigkeit ist entsprechend

$$a_g = \frac{p \cdot F_{Pers}}{m_{Pl}} \quad (2)$$

Geht man von einem tolerierbaren Messfehler von 1% und einer statischen Belastung durch eine Person mit einer Gewichtskraft von 0,4 kN aus, erhält man bei einer Masse der Deckplatte von 40 kg den Grenzwert der Deckenbeschleunigung zu 0,1 m/s² und bei einer Deckplattenmasse von 20 kg zu 0,2 m/s².

Die Deckenbeschleunigung kann durch Fremderregung oder durch die Eigenerregung des Probanden, dessen Krafteinwirkung gemessen wird, erfolgen. In beiden Fällen ist die zu messende Kraft proportional zur Gewichtskraft G des Probanden, d.h. es ist $F_{Pers} = \bar{\alpha} \cdot G$. Für den Beiwert $\bar{\alpha}$ ist ein unterer Grenzwert einzusetzen. Dieser kann beispielsweise bei statischer Belastung (Stehen) zu 1,0, bei Gehen zu 1.1-1.2 (vgl. Kerr, 1998) und bei Laufen zu 1.8-2.2 gewählt werden. Damit erhält man für reine Fremderregung durch eine Beschleunigung a_{g0} den prozentualen Messfehler zu

$$p = \frac{m_{Pl} \cdot a_{g0}}{\bar{\alpha} \cdot G} \quad (3)$$

Bei reiner Eigenerregung ist die maximale Beschleunigung der Decke proportional zum Gewicht G des Probanden. Mit der auf das Personengewicht bezogenen Beschleunigung $\bar{a} = a_g/G$ erhält man

$$p = \frac{m_{Pl} \cdot \bar{a}}{\bar{\alpha}} \quad (4)$$

Tritt eine Fremderregung gleichzeitig zur Messung mit einem Probanden auf, kann der Messfehler unter Annahme einer zufälligen Verteilung der Maxima beider Beschleunigungszeitverläufe bestimmt werden zu

$$p = \frac{m_{Pl}}{\bar{\alpha}} \cdot \sqrt{\left(\frac{a_{g0}}{G}\right)^2 + \bar{a}^2} \quad (5)$$

3 UNTERSUCHUNGEN IM GZT

3.1 Allgemeines

Zur Untersuchung der Messgenauigkeit der Kraftmessplatte wurden numerische Simulationen der Deckenschwingungen mittels der Finite-Element-Methode wie auch Messungen vor Ort durchgeführt.

3.2 Belastungsszenarien

Die für die Untersuchungen gewählten Belastungsszenarien geben typische Situationen bei der Messung im Ganglabor wieder. Für die fremderregten Schwingungen wird folgendes Szenario betrachtet:

- *Personen im Raum:* Fünf Personen mit jeweils 0,8 kN Gewichtskraft bewegen sich gehend im Raum.

Drei Szenarien der durch den Probanden erregten Schwingungen wurden untersucht:

- *Gehen des Probanden:* Der Proband bewegt sich gehend auf einer vorgegebenen Gangstrecke, die über die Messplatte führt, durch den Raum.
- *Laufen des Probanden:* Der Proband läuft auf einer vorgegebenen Gangstrecke, die über die Messplatte führt, durch den Raum. Die Laufgeschwindigkeit wird zu $12 \text{ km/h} = 3,33 \text{ m/s}$ vorgegeben.
- *Sprung aus dem Stand:* Der Proband geht aus dem Stand in eine Kniebeuge und führt daraus einen Sprung durch. Er befindet sich dabei auf der Kraftmessplatte.

Das Gewicht eines Probanden kann zwischen 0,45 kN (leichte Läuferin) und 1,20 kN (1,90m-Läufer) betragen. Typisch sind Werte von 0,70 bis 0,80 kN.

Diese Szenarien liegen sowohl der numerischen Simulation wie auch den experimentellen Untersuchungen zugrunde.

4 BERECHNUNGSVERFAHREN

4.1 Allgemeines

Personeninduzierte Deckenschwingungen können rechnerisch mit Zeitverlaufsberechnungen ermittelt werden. Vereinfachende Verfahren, die von nur einer Eigenform ausgehen, sind hier ungeeignet, da bei durchlaufenden Platten in der Regel mehrere benachbarte Eigenfrequenzen auftreten, deren Eigenformen für die Schwingungsantwort relevant sind.

4.2 Lastmodelle

Die durch eine einzelne Person beim Gehen oder Laufen hervorgerufene Belastung der Decke kann mit Lastfunktionen für jeden einzelnen Schritt (vgl. Abb. 3) oder vereinfachend als eine mit der Zeit kontinuierlich veränderliche, bewegte Einzellast dargestellt werden. Einen Überblick über verschiedene Ansätze von der Belastung bei Gehen und Laufen geben Zivanovic u.a. (2005), Butz u.a. (2008) und Werkle (2013).

Im Folgenden wird die zeitliche veränderliche Einzellast als Fourierreihe dargestellt. Man erhält

$$F(t) = G \cdot \left(1 + \sum \alpha_j \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot j \cdot f_s \cdot t - \varphi_j) \right) \quad (6)$$

Tabelle 1. Werte α_j und φ_j beim „Gehen“ und „Laufen“

		Bachmann - Gehen	Bachmann – Laufen
j	f_s	1.5 – 2.5 [Hz] (Mittelwert 2 Hz)	2.0 – 3.0 [Hz]
1	α_1	0.4 für $f_s < 2 \text{ Hz}$ 0.4 + 0.1 · ($f_s - 2$) / 0.4 für $2.0 \text{ Hz} \leq f_s \leq 2.4 \text{ Hz}$ 0.5 für $f_s > 2.4 \text{ Hz}$	1.6
2	α_2	0.1	0.7
3	α_3	0.1	0.2
1	φ_1	0	0
2	φ_2	$\pi / 2$	$\pi / 2$
3	φ_3	$\pi / 2$	$\pi / 2$

Hierbei ist f_s die Schrittfrequenz. Das Personengewicht G wurde zu 0,80 kN angenommen. Die Fourierkoeffizienten a_j und Phasenwinkel φ_j wurden von verschiedenen Autoren bestimmt. In Tabelle 1 sind die Werte für „Gehen“ und „Laufen“ nach Bachmann (1989) angegeben.

Bei hochfrequenten Decken ist darüber hinaus auch der als „heel-strike“ bezeichnete Effekt des Fersenstoßes von Bedeutung (Pavic u.a., 2005). Dieser kann bei der hier untersuchten Decke vernachlässigt werden.

Für das Szenario „Sprung aus dem Stand“ liegen aus der Literatur keine Angaben zu vor. Daher wurde auf der Grundlage von Messungen ein idealisierter Belastungszeitverlauf ermittelt. Er wird beschrieben zu

$$F(t) = G \cdot \left(1 + \frac{1}{e^{\alpha \cdot t_2}} \cdot \left(e^{\alpha \cdot t} \cdot \sin \left(\frac{2 \cdot \pi}{T_0 - \beta \cdot t} \cdot t \right) \right) \right) \text{ für } t \leq \frac{3 \cdot T_0}{2 - 3 \cdot \beta}$$

$$= G \text{ für } t > \frac{3 \cdot T_0}{2 - 3 \cdot \beta}$$

mit $t_2 = \frac{3 \cdot T_0}{4 - 3 \cdot \beta}$ (7)

$\alpha = 8.7$, $\beta = 2$ und $T_0 = 2.1$ (Abb. 4). Das erste Maximum entspricht der Kraft beim Absprung, das zweite Maximum der Kraft dem Wiederaufsetzen auf dem Boden nach der Abhebeperiode.

Die Lastmodelle gelten für eine einzelne Person. Die damit ermittelten Beschleunigungen für „Gehen“ können mit dem Vergrößerungsfaktor $m = \sqrt{n}$ näherungsweise auf eine Anregung durch n Personen übertragen werden.

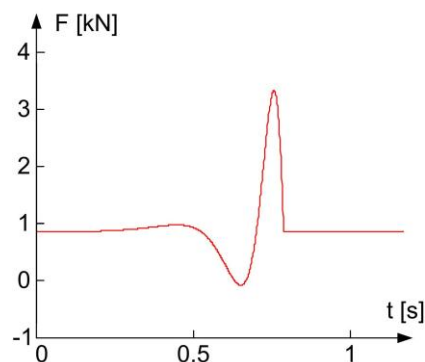


Abbildung 4. Kraft-Zeitverlauf beim Sprung aus dem Stand

4.3 Strukturmodell

Die Decke des GZT, auf der sich das Ganglabor befindet, wurde vollständig in einem detaillierten Finite-Element-Modell abgebildet und mit dem FE-Programm Sofistik (2010) rechnerisch untersucht. Das FE-Modell hat 40725 Freiheitsgrade und 6615 Rechteck-Plattenelemente (Kolozi, 2012). Die Integration der modalen Gleichungen erfolgte mit einem Mathcad-Arbeitsblatt (vgl. Werkle 2012). Die Stahlbetondecke hat eine Dicke von 30 cm und ist in die Außenwände elastisch eingespannt. Die Spannweiten der Deckenfelder betragen zwischen 8 und 11 m. Die Dämpfung wurde zu 1% angenommen.

4.4 Rechnerische Simulation der personeninduzierten Schwingungen

Die Zeitverlaufsberechnungen wurden mit Hilfe einer Modalanalyse durchgeführt. Die Eigenfrequenzen der Decke sind in Tabelle 2, einige im Bereich des Ganglabors relevante Eigenformen in Abb. 5 angegeben.

Tabelle 2. Eigenfrequenzen der Decke bei FE-Berechnung und Messung

Eigenform	Messung [Hz]	FE-Berechnung [Hz]
1	7.27	7.32
2	7.63	7.68
3	8.07	8.21
4	11.55	11.62
5	12.78	12.87
6	13.68	13.52
7	13.93	13.96
8	16.30	16.19
9	17.32	17.17
10	18.90	18.58
11	19.62	19.50

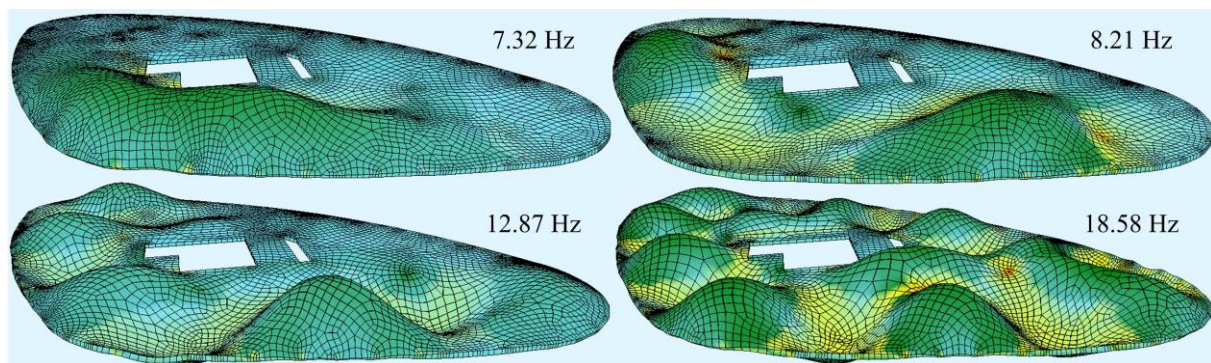


Abbildung 5. Eigenformen

Für die personeninduzierten Schwingungen wurde eine Gangstrecke im Raum festgelegt, die näherungsweise der typischen Gangstrecke eines Probanden entspricht und durch den Deckenbereich der Messplatte führt.

Abb. 6 zeigt drei typische Beschleunigungszeitverläufe der Decke an der Messplatte, die durch einen Probanden beim Gehen, Laufen und beim Sprung aus dem Stand induziert werden. Für verschiedene Geh- beziehungsweise Laufgeschwindigkeiten sind die maximalen Beschleunigungen in Abb. 8 dargestellt.

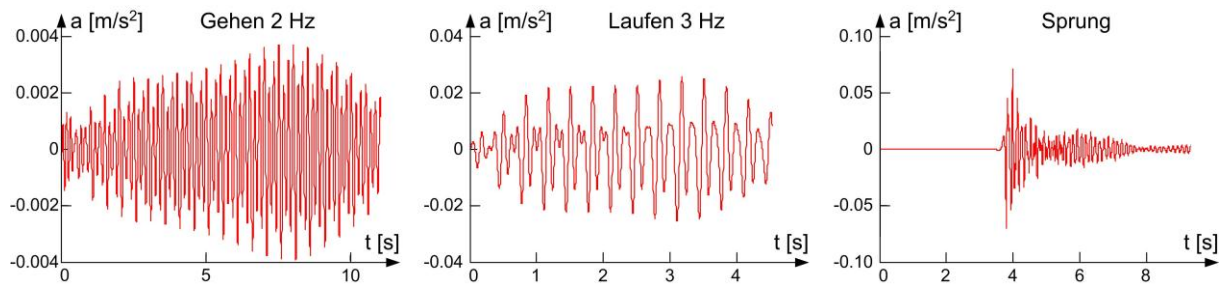


Abbildung 6. Zeitverläufe für Gehen, Laufen und Sprung aus dem Stand eines Probanden – FEM-Berechnung

5 MESSUNGEN

5.1 Eigenfrequenzen

Die Eigenfrequenzen der Decke wurden durch Messung der ambienten Schwingungen der Decke an verschiedenen Messpunkten und nachfolgende Fourieranalyse bestimmt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2 angegeben. Die Messungen wurden an der Rohbaudecke durchgeführt. Die gemessenen Eigenfrequenzen stimmen mit den rechnerisch ermittelten Werten gut überein.

5.2 Personeninduzierte Schwingungen

Die Schwingungen, die von Personen, die sich entsprechend den vorgegebenen Szenarien im Raum bewegten, wurden mit Beschleunigungsaufnehmern gemessen. Die Versuchspersonen trugen Sportschuhe, wie sie für den Laborbetrieb typisch sind. Für die einzelnen Szenarien wurden an verschiedenen Messpunkten der Decke die Beschleunigungszeitverläufe ermittelt. Die Ergebnisse wurden für ein Personengewicht von 0,8 kN normiert. Zwei typische Zeitverläufe für Gehen und Laufen im Deckenbereich der Kraftmessplatte sind in Abb. 7 angegeben.

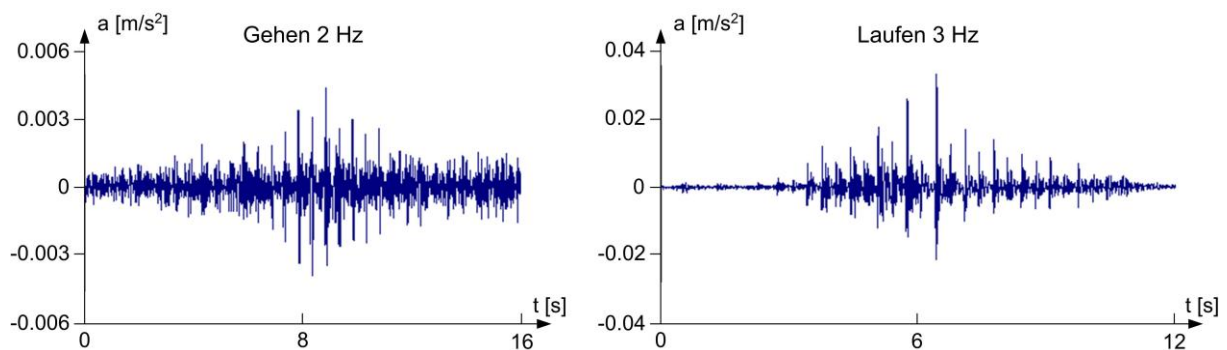


Abbildung 7. Zeitverläufe für Gehen und Laufen – Messung

Abbildung 8 zeigt die maximalen Beschleunigungen bei verschiedenen Geh- beziehungsweise Laufgeschwindigkeiten aus Messung und Finite-Element-Berechnung. Die bei der Berechnung auftretende resonanzartige Überhöhung durch höhere Fourier-Terme der Belastung konnte bei der Messung nicht festgestellt werden. Insgesamt sind die Beschleunigungen von 0,005 m/s² beim Gehen und 0,03-0,06 m/s² beim Laufen einer Einzelperson recht niedrig. Die größten Beschleunigungen in Höhe von 0,07 m/s² treten beim Sprung aus dem Stand auf.

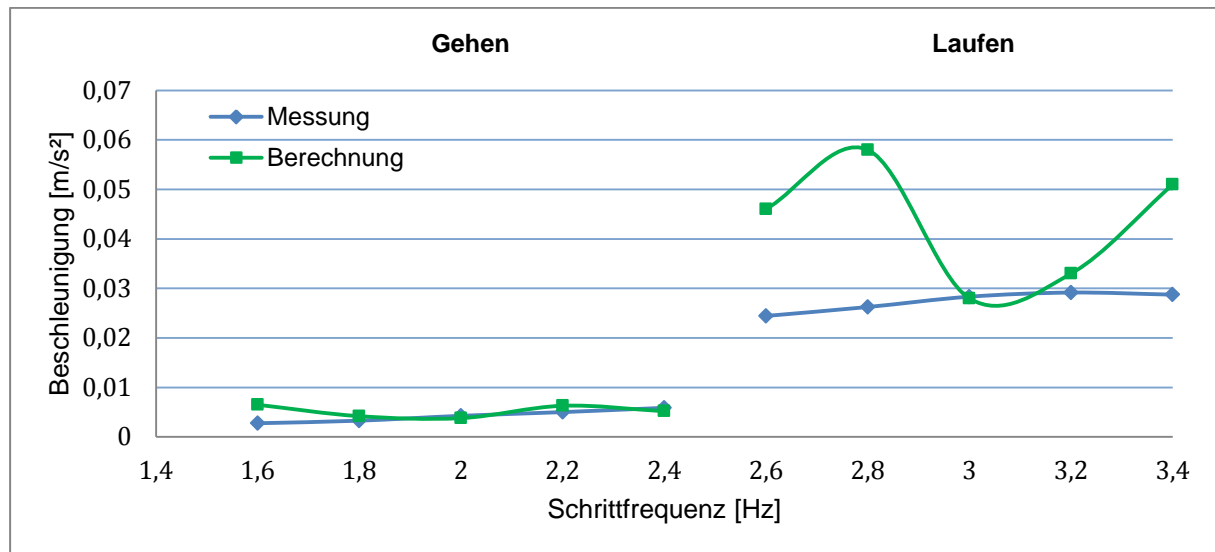


Abbildung 8. Maximale Beschleunigungen der Messplatte – rechnerische Ermittlung und Messung

6 MESSGENAUIGKEIT DER KRAFTMESSPLATTE

Mit den numerisch ermittelten und den gemessenen Beschleunigungen lassen sich die Messfehler der Kraftmessplatte nach Gl. (5) ermitteln. Das Gewicht des Probanden wird konservativ zu 0,5 kN, die Masse der Deckplatte zu 20,7 kg und der Beiwert α zu 1 bei Gehen, 2 bei Laufen und 3 beim Sprung angenommen. Weiterhin wird davon ausgegangen, dass während der Messung außer den vom Probanden induzierten Schwingungen auch fremderregte Erschütterungen durch fünf sich im Raum bewegend Personen auftreten.

Nach Gl. (5) erhält man danach bei allen Szenarien einen Messfehler von weniger als 0,1 % der maximal gemessenen Kraft. Auch bei Berücksichtigung von Parameterschwankungen infolge von Modellungenauigkeiten, wie sie durch das Schuhwerk der Personen oder den Bodenaufbau möglich sind, ist der Messfehler im Bereich um 1 Promille und damit sehr gering.

7 SCHLUSSFOLGERUNGEN

Die Messgenauigkeit von Kraftmessplatten in Ganglaboren kann aufgrund von numerischen und experimentellen Untersuchungen ermittelt werden. Hierzu wurden Szenarien und Gleichungen zur Ermittlung des Messfehlers angegeben. Für das Ganglabor der Sportmedizin im GZT der Universitätsklinik Tübingen wurde gezeigt, dass die Messgenauigkeit der Kraftmessplatte durch Deckenschwingungen nicht signifikant beeinflusst wird.

DANKSAGUNG

Die Autoren danken Herrn Prof. Dr. Stefan Grau, Universitätsklinik Tübingen, für die Unterstützung bei den experimentellen Untersuchungen und die Bereitstellung von Messergebnissen der Kraftmessplatte im Ganglabor.

LITERATUR

- Butz C., Distl J. (2008), *Personen-induzierte Schwingungen von Fußgängerbrücken*, Stahlbau-Kalender 2008, Ernst&Sohn, Berlin
- Hicks S. J. Devine P. J. (2004), *Design Guide on the Vibration of Floors in Hospitals*, The Steel Construction Institute, Silwood Park, Ascot Berkshire SL5 7QN
- HIVOSS (2007), *Schwingungsbemessung von Decken - Leitfaden*, Research Fund for Coal and Steel, RFS2-CT-2007-00033
- Jöllenebeck T. (2003), Die Stellung der Biomechanik in der orthopädisch-traumatologischen Rehabilitation, *dvs-Informationen 18*. Deutsche Vereinigung für Sportwissenschaften. Hamburg
- Kerr S.C. (1998), *Human Induced Loading on Staircases*, PhD Thesis, Mechanical Engineering Department, University College London, UK
- Kistler (Firma). (2012). *Betriebsanleitung - Installation und Wartung aller Typen von Messplattformen*. B06.017d-01.99. Kistler Instrumente AG Winterthur, CH-8408 Winterthur, Schweiz
- Kistler (Firma). (2013). *Persönliche Mitteilung*, Kistler Instrumente GmbH, Ostfildern, Mail vom 19.4.2013
- Kolozsi S.M. (2012), *Personeninduzierte Schwingungen von Stahlbetondecken mit schwingungsempfindlichen Geräten*, Masterthesis, Fakultät Bauingenieurwesen, HTWG Konstanz, Konstanz
- Ove Arup&Partners Ltd. (2004), *Hospital Floor Vibration Study - Comparison of Possible Hospital Floor Structures With Respect to NHS Vibration Criteria*, The Concrete Center
- Pavic A., Prichard S., Reynolds P., Lovell M. (2003), Evaluation of Mathematical Models for Predicting Walking-Induced Vibrations of High-Frequency Floors, *International Journal of Structural Stability and Dynamics* 03, 107
- Perry J. (2003). *Ganganalyse*. Urban&Fischer / Elsevier, 2003
- Seiler Ch. und Hüttner S. (2004). Ein einheitliches Model zur Beschreibung von Fußgängerlasten für verschiedene Bewegungsarten. *Bauingenieur* **79**: 483-497
- Sofistik (Firma) (2007), *ASE - Allgemeine Statik Finites Element Strukturen*, Version 14.66, SOFiSTiK AG, Oberschleissheim
- Werkle H. (2013), Human induced vibrations of steel and aluminum bridges, in: H. Xia, R. Calçada. *Traffic induced environmental vibrations and controls: Theory and application*, Nova Science Publishers, Inc., Hauppauge NY, United States of America
- Werkle H. und Püschel W. (2009), Durch Menschen induzierte Schwingungen von Fußgängerbrücken aus Aluminium, *Bauingenieur* **84**: 223-235
- Werkle H. (2012), *Mathcad in der Tragwerksplanung*, Vieweg-Teubner, Springer Fachmedien, Wiesbaden
- Zivanovic, S., Pavic, A., Reynolds, P. (2005), *Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation: a literature review*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 279, 1-74