

Anforderungen MATHEMATIK

1. Beherrschung der Grundlagen der Mengenlehre

- Nutzung verschiedener Schreibweisen für Mengen
 Aufzählende Schreibweise: $M = \{a, b, c, \dots\}$
 Beschreibende Schreibweise: $M = \{x \in \mathbb{Q} \mid -3 \leq x < 3\}$
 auch $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$ bzw. $]a; b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ und halboffene Intervalle
- Kenntnis und Anwendung der Begriffe der Mengenrelation und Mengenoperation
 Mengenrelation: Mengengleichheit $M_1 = M_2$
 Teilmenge $M_1 \subseteq M_2$ bzw. echte Teilmenge $M_1 \subset M_2$
 Mengenoperationen: Vereinigung $M_1 \cup M_2$; Durchschnitt $M_1 \cap M_2$; Differenz $M_1 \setminus M_2$
 Potenzmenge $P(M) = \{T \mid T \subseteq M\}$

2. Rechnen im Bereich der reellen Zahlen

- Rechenoperationen unter Verwendung von Variablen
 Addition und Subtraktion von Summen; Auflösen und Setzen von Klammern
 $+(a + b - c) = a + b - c$ $-(a + b - c) = -a - b + c$
 Multiplikation und Division von Summen; Ausklammern eines gemeinsamen Faktors
- Anwenden von binomischen Formeln
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
 Umformen von Produkt in Summe und umgekehrt
- Rechnen mit Brüchen (Quotienten)
 Erweitern und Kürzen;
 Addition (Subtraktion), Multiplikation und Division von Quotienten (auch Mehrfachbrüche)
- Berechnen von Potenzausdrücken $\underbrace{a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n \text{ Faktoren } a$ $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, n \in \mathbb{N}$
 Anwenden der Potenzgesetze
- Berechnen von Wurzelausdrücken $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$ $a \in \mathbb{R}, a \geq 0, n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$
 Anwenden der Wurzelgesetze;
 Umformen von Potenzen mit gebrochenen Exponenten $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ ($a > 0; m, n \in \mathbb{Z}; n > 0$)
- Berechnung von logarithmischen Ausdrücken $\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$ $a, b \in \mathbb{R}, a > 0, a \neq 1, b > 0$
 Anwenden der Logarithmengesetze

3. Lösen von Gleichungen und Ungleichungen

- Äquivalentes Umformen und Lösen von linearen Gleichungen und Ungleichungen
Bestimmung der Lösungsmenge einer Ungleichung in Abhängigkeit des Grundbereichs der Variablen;
Lösen von Gleichungen und Ungleichungen mit Beträgen
- Lösen linearer Gleichungssysteme mit zwei Variablen
Anwenden von Lösungsverfahren, z.B. Additions-, Einsetzungs- oder Gleichsetzungsverfahren
- Lösen quadratischer Gleichungen
Anwenden der Lösungsformel für quadratische Gleichungen
(für die allgemeine Form $ax^2+bx+c=0$ oder Normalform $x^2+px+q=0$)
- Lösen von Wurzelgleichungen, Exponentialgleichungen, Logarithmengleichungen und goniometrischen Gleichungen
- Überprüfung der Lösung durch Einsetzen in die Ausgangsgleichung (Probe)

4. Lösen praktischer Aufgaben unter Verwendung von Proportionen; Prozentrechnung

- Aufstellen und Lösen von Verhältnisgleichungen bei direkten Proportionalität

$$\frac{a_i}{a_j} = \frac{b_i}{b_j} \quad \text{oder} \quad \frac{a_i}{b_i} = \frac{a_j}{b_j}$$
- Aufstellen und Lösen von Verhältnisgleichungen bei indirekter (umgekehrter) Proportionalität

$$\frac{a_i}{a_j} = \frac{b_j}{b_i} \quad \text{oder} \quad a_i \cdot b_i = a_j \cdot b_j$$
- Lösen von Aufgaben der Prozentrechnung (Berechnung des Grundwertes, Prozentwertes oder des Prozentsatzes);
Anwendung der Aussagen „Steigerung (Senkung) um x Prozent“ oder
„Steigerung (Senkung) auf x Prozent“

5. Kenntnisse der Elementargeometrie

- Kenntnis und Anwenden des Satzes des Pythagoras $a^2 + b^2 = c^2$
- Berechnung des Umfangs und des Flächeninhaltes von Dreiecken, Vierecken und des Kreises
- Berechnung des Oberflächeninhaltes und des Rauminhaltes eines Prismas, Kreiszyinders, Pyramide, Kreiskegels und einer Kugel

6. Eigenschaften elementarer Funktionen

- Anwenden der Kenntnisse über reelle Funktionen ($x, y \in \mathbb{R}$)
 lineare Funktionen $y = mx + n$;
 Potenzfunktionen $y = ax^n + b$ ($n \in \mathbb{Z}$) und $y = ax^{\frac{p}{q}} + b$ ($p, q \in \mathbb{Z}; q > 0$);

Studienkolleg (STK)

Test für Ausländische Studienbewerber, Konstanz

Exponentialfunktionen $y = a^x + b$;
 Logarithmusfunktionen $y = \log_a x$;
 trigonometrische Funktion $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$

- Bestimmen des Definitions- und Wertebereichs einer Funktion
- Skizzieren des graphischen Verlaufs einer Funktion; Einfluss von Koeffizienten a, b, m, n auf die Normalform einer Funktion
- Bestimmung der Umkehrfunktion
- Periodizität und Symmetrie einer Funktion

7. Differentialrechnung

- Kenntnis und Anwendung der Ableitungsregeln zur Ableitung elementarer Funktionen (Konstanten-, Potenz-, Faktor-, Summen-, Produkt-, Quotienten- und Kettenregel);
- Bestimmen lokaler Maxima bzw. Minima einer rationalen Funktion $f(x)$;
- Bestimmen von Nullstellen und Schnittpunkten mit der y -Achse einer rationalen Funktion $f(x)$;
- Bestimmen des Verhaltens im Unendlichen einer rationalen Funktion $f(x)$; Bestimmen der Gleichung der Asymptote einer gebrochenrationalen Funktion $f(x)$;
- Untersuchung von Stetigkeit und Unstetigkeit einer rationalen Funktion $f(x)$; Bestimmen der Polstelle einer gebrochenrationalen Funktion $f(x)$;
- Skizzieren des Graph einer Funktion $f(x)$.

8. Integralrechnung

- Kenntnis und Anwendung der Regeln für das Ermitteln von unbestimmten Integralen

Potenzregel $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} \cdot x^{n+1} + C$,

Faktorregel $\int a \cdot f(x) dx = a \cdot \int f(x) dx$,

Summenregel $\int (f_1(x) + f_2(x)) dx = \int f_1(x) dx + \int f_2(x) dx$.

- Berechnung bestimmter Integrale

$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$, wenn $F(x)$ eine Stammfunktion der im Intervall $[a; b]$ stetigen Funktion $f(x)$ ist.

Literatur zur Wiederholung und Vorbereitung des Tests

1. Heinrich, Gottfried; Wenzel, Horst: Übungsaufgaben zur Analysis. Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler. Wiesbaden: B. G. Teubner Verlag /GWV Fachverlage GmbH, 1. Auflage November 2005; ISBN 3-8351-0066-1
2. Knorrenschild, Michael: Vorkurs Mathematik : ein Übungsbuch für Fachhochschulen von Michael Knorrenschild. München : Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, 2004
dt.; 174 S. : graph. Darst.; ISBN 3-446-22818-7
3. Schäfer, Wolfgang: Mathematik-Vorkurs: Übungs- und Arbeitsbuch für Studienanfänger;
5., überarb. Aufl.; Stuttgart ; Leipzig ; Wiesbaden : Teubner, 2002; dt.; 444 S.; graph. Darst.;
ISBN 3-519-10249-8

Aufgaben zur Vorbereitung der Teilnahme am TASK
(Technische oder wirtschafts-/sozialwissenschaftliche Fachrichtung)

Fach Mathematik

1. Gegeben sind die Mengen

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 < x < 6\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 3\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ ungerade und } x \leq 9\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ gerade und } x < 10\}$$

a) Geben Sie Mengen durch Aufzählen der Elemente an!

b) Bestimmen Sie $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $C \cap D$, $A \cap C$, $A \cap D$, $C \setminus D$, $(C \cup D) \setminus A$

2. Schreiben Sie die Intervalle als Mengen reeller Zahlen in der beschreibenden Schreibweise mit Ungleichungen! Zum Beispiel: $[m; n] = \{x \in \mathbb{R} \mid m \leq x \leq n\}$

a) $]m; n[$

b) $[m; n[$

c) $]m; n]$

3. Berechnen Sie!

a) $\frac{1}{1,5} =$

b) $2^{-3} =$

c) $4^{2,5} =$

d) $\log_a 1 =$

4. Multiplizieren Sie folgende Ausdrücke und fassen Sie zusammen!

a) $(7a - 5b)(3a + 4b) - (5a - 9b)(4a - b)$

b) $(x + 1)(1 - x)$

c) $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2$

d) $(a^2 + 3b)^2$

5. Verwandeln Sie in ein Produkt von Binomen!

a) $8ab + 10ac - 12bd - 15cd$

b) $4x^2 - 12x + 9$

c) $25a + 40\sqrt{ab} + 16b$

d) $2x - 3y$

6. Vereinfachen Sie!

a) $\frac{x-y}{2x} - \frac{x+y}{3y}$

b) $\frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$

c) $\frac{x^{m-1}}{y^{2+n}} \cdot \frac{y^{n-1}}{x^{m+2}} \cdot y^3$

7. Bestimmen Sie x! Prüfen Sie das Ergebnis mit einer Probe!

a) $\frac{x+2}{x-2} = \frac{x-4}{x+1}$

b) $\sqrt{3x-3} + \sqrt{4+3x} = \sqrt{6x+25}$

c) $\lg(x-1) + \lg 3 = \lg(x^2-1)$

d) $|-3x+2| = 5$

e) $x \cdot \ln 9 = \ln 3$

f) $\sin 2x \cdot \tan x = 1$

8. Bestimmen Sie x und y!

$$4x + 3y = 8$$

$$6x + 5y = 13$$

9. Die Seite b eines Rechteckes ist doppelt so lang wie die Seite a. Wie groß ist die Diagonale e des Rechteckes?

10. Bestimmen Sie für die reelle Funktion $y = \sqrt[3]{x+2}$ den Definitionsbereich X und Wertebereich Y!

11. Bilden Sie die Umkehrfunktion von a) $y = 3x - 2$ und b) $y = -x^3 + 1$!

Studienkolleg (STK)

Test für Ausländische Studienbewerber, Konstanz

12. Bilden Sie die 1. Ableitung der folgenden Funktionen $f(x)$!

a) $f(x) = \frac{1}{12}x^3 + \frac{1}{4}x^2 - \frac{7}{4}x$ b) $f(x) = \ln(2 + x^2)$ c) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot e^{2x+1}$

d) $f(x) = x^2 \cdot \sin x$ e) $f(x) = \frac{x^2 - x}{3x + 2}$ f) $f(x) = \sqrt{1 - x}$

13. Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{3} \cdot x^3 - x$.

- Bestimmen Sie die ersten drei Ableitungen f' , f'' und f''' !
- Untersuchen Sie die mögliche Symmetrie von $f(x)$!
- Bestimmen Sie die Nullstellen, Extremstellen (Maximum; Minimum) und Wendestellen (Wendepunkt) von $f(x)$!
- Skizzieren Sie den Graph von $f(x)$!

14. Berechnen Sie!

a) $\int (x^2 - 4x) dx$ b) $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ c) $\int (2 \cdot \sin x - 3 \cdot \cos x) dx$

d) $\int_{-2}^1 (-x^3 + 4) dx$ e) $\int_0^{2\pi} \cos x dx$

Für technische Fachrichtung

1T. Ein Auto fährt von A nach B mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 81 kmh^{-1} . Um wie viel Prozent der ursprünglichen Fahrzeit verkürzt sich die Fahrzeit, wenn sich die Geschwindigkeit um durchschnittlich 9 kmh^{-1} erhöht?

Für wirtschafts-/sozialwissenschaftliche Fachrichtung

15W. In einer Verkaufsaktion wird der Preis des Produktes XXL für einen Monat um 20 % gesenkt. Auf der Grundlage des gesenkten Preises wird einen Monat später der Preis um 20 % wieder angehoben. Was kostet das Produkt XXL nach dieser Preiserhöhung, wenn der Preis vor der Marketingaktion 80 € betrug?

Lösungen

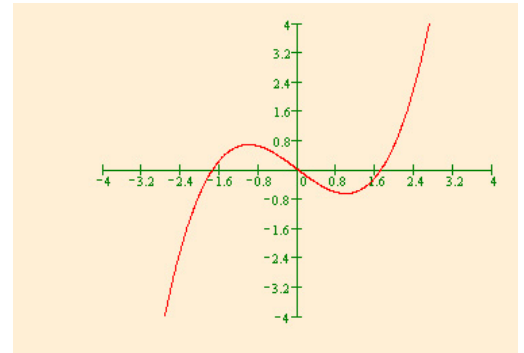
- a) $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ $B = \{0, 1, 2, 3\}$ $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ $D = \{2, 4, 6, 8\}$
 b) $A \cup B = A$, $A \setminus B = \{4, 5\}$, $B \setminus A = \emptyset$, $C \cap D = \emptyset$, $A \cap C = \{1, 3, 5\}$, $A \cap D = \{2, 4\}$,
 $C \setminus D = C$, $(C \cup D) \setminus A = \{6, 7, 8, 9\}$
- a) $\{x \in \mathbb{R} \mid m < x < n\}$ b) $\{x \in \mathbb{R} \mid m \leq x < n\}$ c) $\{x \in \mathbb{R} \mid m < x \leq n\}$
- a) $\frac{2}{3}$ oder $0,6\bar{6}$ b) $\frac{1}{8}$ oder $0,125$ c) 32 d) 0

Studienkolleg (STK)

Test für Ausländische Studienbewerber, Konstanz

4. a) $a^2 + 54ab - 29b^2$ b) $1 - x^2$ c) $30 - 12\sqrt{6}$ d) $a^4 + 6a^2b + 9b^2$
5. a) $(2a - 3d)(4b + 5c)$ b) $(2x - 3)^2$ c) $(5\sqrt{a} + 4\sqrt{b})^2$ d) $(\sqrt{2x} + \sqrt{3y})(\sqrt{2x} - \sqrt{3y})$
6. a) $\frac{-2x^2 + xy - 3y^2}{6xy}$ b) $\frac{b-a}{b+a}$ c) x^{-3}
7. a) $x = \frac{2}{3}$ b) $x_1 = 4, x_2 = -\frac{13}{3}$ ist keine Lösung c) $x_1 = 2, x_2 = 1$ ist keine Lösung d)
 $x_1 = -1, x_2 = \frac{7}{3}$ e) $x = \frac{1}{2}$ f) $x = \frac{\pi}{4}(2k+1) \quad k \in \mathbb{Z}$
8. $x = \frac{1}{2}, y = 2$ 9. $e = a\sqrt{5}$ oder $\frac{b}{2}\sqrt{5}$ 10. $X = [-2; \infty[$, $Y = [0; \infty[$
11. a) $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ b) $y = \begin{cases} \sqrt[3]{1-x} & x \leq 1 \\ -\sqrt[3]{1-x} & x > 1 \end{cases}$
12. a) $y' = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{7}{4}$ b) $y' = \frac{2x}{2+x^2}$ c) $y' = e^{2x+1}$
d) $y' = 2x \cdot \sin x + x^2 \cos x$ e) $y' = \frac{3x^2 + 4x - 2}{(3x+2)^2}$ f) $y' = -\frac{1}{2\sqrt{1-x}}$

13. a) $f'(x) = x^2 - 1$ $f''(x) = 2 \cdot x$ $f'''(x) = 2$
b) $f(-x) = -f(x)$ $f(x)$ ist symmetrisch zu $P(0; 0)$
c) Nullstellen $P_1(-\sqrt{3}; 0)$,
 $P_2(0; 0)$, $P_3(\sqrt{3}; 0)$
lokales Maximum $P_4(-1; \frac{2}{3})$ lokales Minimum
 $P_5(1; -\frac{2}{3})$ Wendepunkt $P_6(0; 0)$



d) Graph

14. a) $\frac{1}{3}x^3 - 2 \cdot x^2 + C$ b) $2 \cdot \sqrt{x} + C$ c) $-2 \cdot \cos x - 3 \cdot \sin x + C$ d) $\frac{63}{4}$ e) 0

15T. Die Fahrzeit verkürzt sich um 10%.

15W. Das Produkt XXL kostet nach der Preiserhöhung 76,80 €.

Name: _____

Prüfungsnummer: _____

Hinweise:

- Tragen Sie ihren Namen und ihre Prüfungsnummer ein.
- Alle Aufgaben sind **ohne Taschenrechner** zu lösen.
- Als Hilfsmittel ist nur die Formelsammlung erlaubt, die Sie mit den Aufgaben erhalten.
- Schreiben Sie auf die Rückseite, wenn der Platz nicht ausreicht.
- Arbeitszeit: 60 Minuten

Aufgabe 1

a) Berechnen Sie und Vereinfachen Sie den Term (**Rechenweg** und **Ergebnis**)!

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

b) Vereinfachen Sie den Term (**Rechenweg** und **Ergebnis**)!

$$\frac{x+5}{x^2-25} = \frac{x+5}{(x+5)(x-5)} = \frac{1}{x-5}$$

01

02

03

04

Aufgabe 2

Gegeben sind $A \subseteq \mathbb{N}$ (\mathbb{N} Menge der natürlichen Zahlen) und $B \subseteq \mathbb{Z}$ (\mathbb{Z} Menge der ganzen Zahlen). Es sei $A = \{x \mid 1 \leq x < 5\}$ und $B =]3; 7[$.

Geben Sie alle Elemente an! (zum Beispiel: = {3; 4; 5})!

a) $A \cup B =$

05

b) $B \cap A =$

06

c) $A \setminus B =$

07

08

d) $B \setminus A = \dots\dots\dots$

Aufgabe 3

Ermitteln Sie die Lösungsmenge für $X \in \mathbb{R}$! (**Rechenweg und Ergebnis**)

3.1 $2 \cdot x - 3 < \frac{9 \cdot x - 4}{2}$

09 10 11

3.2 $x + \frac{1}{2} = \frac{3}{x}$

12 13 14

3.3 $\sqrt{x} - \sqrt{2x-1} = \sqrt{x-1}$

15 16 17 18

Fortsetzung Aufgabe 3: Berechnen Sie! (**Rechenweg** und **Ergebnis**)

3.4 $6 \cdot \sin x - \frac{3}{\cot x} = 0$ für $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \setminus \{0\}$

19 20 21 22

3.5 $(a^{x+3})^{x-3} = (a^{x-5})^{x+9}$

23 24 25 26

Aufgabe 4

Bestimmen Sie von der reellen Funktion $y = f(x) = \sqrt{x-3}$

a) den Definitionsbereich X , $X =$

b) den Wertebereich Y , $Y =$

c) die Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$ (**Rechenweg** und **Ergebnis**)

27 28 29 30

Fortsetzung Aufgabe 4: Bestimmen Sie von der reellen Funktion $y = f(x) = \sqrt{x - 3}$

d) die Nullstelle von $f(x)$ (Rechenweg und Ergebnis)

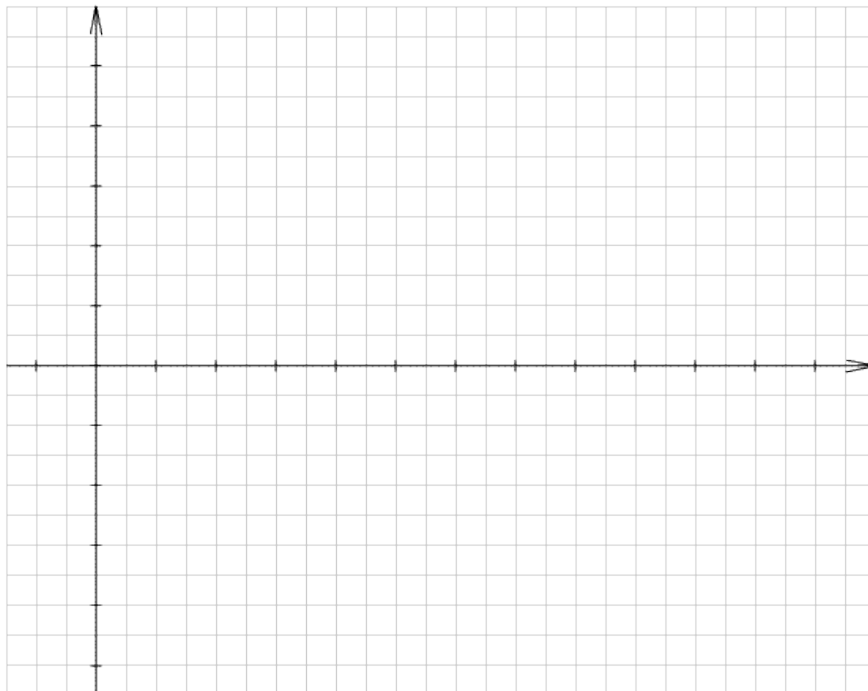
31

e) die 1. Ableitung $f'(x)$

32 33 34

f) Zeichnen Sie das Bild (Graph) der Funktion $f(x)$! Berechnen Sie dazu eine Wertetabelle mit drei Funktionswerten!

x	3	4	7	12
y				

35 36

Lösen Sie nur <u>eine</u> der folgenden Aufgaben! Kreuzen Sie die gewählte Aufgabe an: <input checked="" type="checkbox"/>	
<input type="checkbox"/> Aufgabe 5T (Aufgabe nur für Bewerber der technischen Fachrichtung)	
Beantworten Sie! (Rechenweg und Ergebnis)	
Der Durchmesser d_1 eines Öltanks (Kreiszyylinder) soll um 20% verkleinert werden. Um wie viel Prozent verringert sich das Volumen V_1 ?	
<input type="checkbox"/> Aufgabe 5W (Aufgabe nur für Bewerber der Fachrichtung Wirtschaft/Sozialwissenschaft)	
Die Mehrwertsteuer(= p % vom Nettopreis) ist eine Umsatzsteuer: Bruttopreis = Nettopreis + Mehrwertsteuer Ein Auto kostet mit Mehrwertsteuer 23.200 Euro. Wie viel kostet das Auto, wenn die Mehrwertsteuer von 16 % auf 19 % erhöht wird?	
	37 <input type="checkbox"/>
	38 <input type="checkbox"/>
	39 <input type="checkbox"/>
	40 <input type="checkbox"/>

Studienkolleg (STK)

TASK

Test für Ausländische Studienbewerber, Konstanz

Zeichen	Sprechweise / Bedeutung	Zeichen	Sprechweise / Bedeutung
$<$	kleiner als	\leq	kleiner oder gleich
$>$	größer als	\geq	größer oder gleich
%	Prozent	sin	Sinus
] a, b [offenes Intervall von a bis b	cos	Kosinus
[a, b]	abgeschlossenes Intervall von a bis b	tan	Tangens
[a, b [halboffenes Intervall von a bis b	cot	Kotangens
∞	unendlich	A, B, M	Mengen
f(x)	f von x (Wert der Funktion f an der Stelle x)	{ a; b }	Menge mit den Elementen a und b
f'(x)	1. Ableitung der Funktion f	\emptyset { }	leere Menge
$\frac{dy}{dx}$	dy nach dx, 1 Differentialquotient der Funktion y = f(x)	{ x ... }	Menge aller x, für die gilt: ...
a^b	a hoch b (Potenz)	$A \cap B$	Durchschnittsmenge von A und B
$\sqrt{\quad}$	Quadratwurzel aus	$A \cup B$	Vereinigungsmenge von A und B
$\log_a x$	Logarithmus x zur Basis a	$A \setminus B$	Differenzmenge von A und B
lg x	Logarithmus x zur Basis 10	\mathbb{N}	Menge der natürlichen Zahlen
ln x	Logarithmus x zur Basis e	Z	Menge der ganzen Zahlen
lb x	Logarithmus x zur Basis 2	\mathbb{Q}_+	Menge der gebrochenen Zahlen
D	Definitionsbereich einer Funktion	Q	Menge der rationalen Zahlen
		R	Menge der reellen Zahlen
		W	Wertebereich einer Funktion

Potenzen	Wurzeln	Logarithmen
$a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a$ a...Basis	$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$ a... Radikand	$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$
$a^0 = 1$ n...Exponent	$b > 0$ n...Wurzelexponent	$a \in \mathbb{R}, a > 0, a \neq 1$ a...Basis
$a^1 = a$ $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, n \in \mathbb{N}$	$a \in \mathbb{R} \wedge a \geq 0, n \in \mathbb{N} \setminus \{0; 1\}$	$b \in \mathbb{R}, b > 0$ b...Numerus
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$		$\log_a 1 = 0$ $\log_a a = 1$
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$ $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{a} = \sqrt[n \cdot m]{a^{m+n}}$ $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$	$\log_a (u \cdot v) = \log_a u + \log_a v$ mit u, v $\in \mathbb{R}$ und u, v > 0
$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$	$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$	$\log_a \frac{u}{v} = \log_a u - \log_a v$
$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$	$\log_a u^r = r \cdot \log_a u$ r $\in \mathbb{R}$
$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ $a^{-\frac{1}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a}}$	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ $a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$	$\log_a \sqrt[n]{u} = \frac{1}{n} \log_a u$ n $\in \mathbb{N}$

Quadratische Gleichungen			
	allgemeine Form	Normalform	
Gleichung	$ax^2 + bx + c = 0$	$x^2 + px + q = 0$	a, b, c, p, q $\in \mathbb{R}$; a $\neq 0$ a, b, c, p, q sind Konstanten
Lösungen	$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$	
Diskriminante	$D = b^2 - 4ac$	$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$	
Lösung in \mathbb{R}		$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1; x_2\}$ $D = 0 \Rightarrow L = \{x_1\} = \{x_2\}$ $D < 0 \Rightarrow L = \emptyset$	

Proportionalität			
Sachverhalt		Proportionalität	Verhältnisgleichung
Größe A	$\frac{a}{c}$ (a < c)	direkte Proportionalität	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$
Größe B	$\frac{b}{d}$ (b < d)		
Je mehr (größer) A, desto mehr (größer) B			
Größe A	$\frac{a}{c}$ (a < c)	indirekte (oder umgekehrte) Proportionalität	$\frac{a}{b} = \frac{d}{c} \Rightarrow a \cdot c = b \cdot d$
Größe B	$\frac{b}{d}$ (b > d)		
Je mehr (größer) A, desto weniger (kleiner) B			

Grundbeziehungen zwischen Winkelfunktionen		
$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$	$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$	$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$	$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$	$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

Spezielle Funktionswerte trigonometrischer Funktionen									
	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
y = sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
y = cos x	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1
y = tan x	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0

Studienkolleg (STK)

Test für Ausländische Studienbewerber, Konstanz

TASK

Ableitungen spezieller Funktionen			Nenner $\neq 0$		
$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$
$\sin x$	$\cos x$	$-\sin x$	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\frac{x}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}}$
$\cos x$	$-\sin x$	$-\cos x$	$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\frac{-x}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}}$
$\tan x$ ($x \in (2n+1)\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$)	$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$	$2 \tan x(1 + \tan^2 x)$	$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\frac{-2x}{(1+x^2)^2}$
a^x ($a > 0$)	$a^x \ln a$	$a^x (\ln a)^2$	e^x	e^x	e^x
$\log_a x$ ($a > 0, a \neq 1, x > 0$)	$\frac{1}{x \cdot \ln a}$	$\frac{-1}{x^2 \cdot \ln a}$	$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$

Differentiationsregeln		$u(x), v(x)$ differenzierbar; $c \in \mathbb{R}$
Faktorregel	$y = c \cdot u \Rightarrow y' = c \cdot u'$	
Summenregel	$y = u \pm v \Rightarrow y' = u' \pm v'$	
Produktregel	$y = u \cdot v \Rightarrow y' = u' \cdot v + u \cdot v'$	
Quotientenregel	$y = \frac{u}{v} (v \neq 0) \Rightarrow y' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$	
Kettenregel	$y = f(u)$ mit $u = g(x) \Rightarrow y' = f'(u) \cdot g'(x)$	

Untersuchung von Funktionen			$f(x)$ ist mindestens zweimal differenzierbar
Symmetrie	symmetrisch zur y-Achse	gerade Funktion	$f(x) = f(-x) \quad x \in D$
	punktsymmetrisch zu $P(0;0)$	ungerade Funktion	$f(-x) = -f(x) \quad x \in D$
Nullstelle	x_0 mit $f(x_0) = 0$ und $x_0 \in D$		
Monotonie	monoton wachsend in $[a,b]$	$f'(x) > 0$ für alle $x \in [a,b]$	
	monoton fallend in $[a,b]$	$f'(x) < 0$ für alle $x \in [a,b]$	
lokale Extremstellen	x_E ist Maximumstelle	$f'(x_E) = 0$ und $f''(x_E) < 0$	
	x_E ist Minimumstelle	$f'(x_E) = 0$ und $f''(x_E) > 0$	
Wendestelle	x_W ist Wendestelle	$f''(x_W) = 0$ und $f'''(x_W) \neq 0$	

Grundbegriffe der Integralrechnung	
Stammfunktion	$F(x)$ ist Stammfunktion von $f(x) \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$
unbestimmtes Integral	$\int f(x) dx = F(x) + C$ $C \dots$ Integrationskonstante
bestimmtes Integral	$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$
Eigenschaften des bestimmten Integrals	$\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$ $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ für $c \in [a,b]$

Unbestimmte Integrale		
$\int 0 dx = C$	$\int dx = x + C$	$\int a dx = ax + C \quad (a \neq 0)$
$\int x dx = \frac{1}{2}x^2 + C$	$\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C \quad (n \in \mathbb{R}, n \neq -1)$	$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$
$\int \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{x^3} + C$	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (a \neq 1)$	$\int e^x dx = e^x + C$
$\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2 \cdot \sqrt{x} + C \quad (x > 0)$	$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \cos x dx = \sin x + C$